



# Anàlisi de resultats i orientacions per a la millora



**Nota:** Cada vegada que s'esmenta *mestres, professors, alumnes, etc.*, s'entén que es fa referència a ambdós sexes indistintament.

© **Generalitat de Catalunya**  
**Departament d'Educació**

Edició: **Servei de Difusió i Publicacions**  
Coordinació: **Direcció General d'Ordenació i Innovació Educativa**  
**i Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu**  
Disseny: **Estudi Juste Calduch**  
1a edició: **gener de 2006**  
Tiratge: **3.000 exemplars**  
Dipòsit legal: **B-6.147-2006**  
Impressió: **Gràfiques Orient, SA**

---

# ÍNDIX

<b>Presentació</b> .....	5
<b>I. Reflexions sobre el desenvolupament de competències matemàtiques a l'educació primària</b> .....	6
• Aprenentatge, competències i currículum .....	6
• La matemàtica a l'escola .....	7
• La competència matemàtica i la pràctica docent .....	8
• Aportacions per al nou currículum .....	10
• Referències bibliogràfiques .....	13
<b>II. Síntesi de resultats</b> .....	14
• Proves d'avaluació de competències bàsiques del curs 2004-2005 .....	14
• Resultats de l'assoliment de les competències .....	17
Cicle inicial .....	17
Cicle mitjà .....	19
Cicle superior .....	22
• Comparació de resultats entre cicles .....	25
• Resultats de cada competència amb relació als factors d'hàbitat i nivell socioeconòmic .....	26
• Valoracions fetes pels centres .....	35
<b>III. Orientacions per a la millora</b> .....	40
• Orientacions per a l'anàlisi de resultats en els centres .....	40
• Orientacions per a la presa de decisions de millora .....	43
Cicle inicial .....	45
Cicle mitjà .....	71
Cicle superior .....	105
• Annexos .....	142

---

## Presentació

Durant el curs 2000-2001, el Departament d'Educació va iniciar l'avaluació del domini de les competències bàsiques a l'alumnat de 10 anys en diferents àmbits. Després de dues fases de dos anys, en les quals es va analitzar de manera més global l'assoliment d'aquestes competències, les proves del curs 2004-2005 s'han focalitzat en competències de l'àmbit matemàtic i s'ha estès la seva aplicació als tres cicles de l'educació primària.

L'objectiu de les proves és facilitar als centres educatius unes dades objectives i uns elements de reflexió que permetin descobrir buits o diferències en l'enfocament d'un determinat tema al llarg de l'etapa o, per contra, remarcar-ne la coherència, així com aportar referents del coneixement matemàtic més globals, i estadísticament validats, per a enriquir el seu procés d'avaluació interna.

Els resultats de les proves dels tres cicles han de comportar als centres una reflexió dels mestres de l'etapa sobre el procés d'assoliment de les competències avaluades. En aquest sentit, tot i que les proves dels diferents cicles són independents, hi ha determinades activitats, que impliquen unes mateixes competències, que permeten seguir i visualitzar aquest procés d'assoliment.

A fi d'oferir als centres uns referents que permetin una visió completa i contextualitzada dels resultats obtinguts, el Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu ha dut a terme una aplicació externa de les proves a una mostra de 150 centres de Catalunya.

Més enllà del valor estadístic que tenen els resultats de les proves, és convenient que es facin servir per a avançar en la coherència del treball a l'escola, en la mesura que, si bé l'avenç que fan els nens i nenes en l'aprenentatge de les matemàtiques es fa dia rere dia i curs rere curs, també és important analitzar-lo des de la perspectiva global de cada cicle i de tota l'etapa.

Per a ajudar a aquesta reflexió, aquest document s'ha organitzat en tres apartats. El primer inclou unes *Reflexions sobre el desenvolupament de les competències matemàtiques a l'educació primària*. El segon, *Síntesi de resultats*, inclou, com en cursos anteriors, els resultats obtinguts en l'aplicació externa de les proves als centres de la mostra.

El tercer apartat, *Orientacions per a la millora*, és la part més nova de la publicació: inclou, per a cada cicle, algunes de les activitats de les proves especialment significatives i amb continuïtat al llarg dels tres cicles, i presenta un recull de respostes reals de l'alumnat. Aquests exemples s'acompanyen de comentaris i orientacions metodològiques, per tal que serveixin de punt de partida per a la reflexió i la presa de decisions de millora.

---

# I. Reflexions sobre el desenvolupament de competències matemàtiques a l'educació primària (\*)

## Aprentatge, competències i currículum

El terme competència en educació apunta a l'ús eficaç d'un conjunt de coneixements i habilitats que l'alumne ha adquirit i mobilitza de manera efectiva per resoldre un problema o una situació determinada. Es pot dir que es tracta d'una capacitat que ha d'incloure sabers i destreses de diferent tipus (sabers disciplinaris, habilitats intel·lectuals, valors, trets de personalitat...) que l'alumne ha de saber triar, combinar i posar en pràctica davant d'una situació complexa.

Pensar en l'àmbit matemàtic a l'educació primària, sota el perfil de la competència, implica preocupar-se pel desenvolupament d'habilitats intel·lectuals en els alumnes, alhora que es pretén que adquireixin comprensivament certs conceptes i procediments propis de l'àrea per saber-los utilitzar adequadament en situacions pràctiques.

Desenvolupar el pensament matemàtic implica desenvolupar un pensament àgil i flexible amb facilitat per a relacionar, anticipar, comparar, ordenar, seqüenciar, raonar, estimar, valorar...

La psicologia cognitiva ens parla de l'acció com a motor del pensament, de les capacitats lògiques dels alumnes en edats escolars, de les habilitats psicològiques necessàries... Les investigacions en educació matemàtica aporten nombroses dades de l'aprenentatge significatiu dels continguts de l'àrea i recomanen pràctiques pedagògiques adequades. I la política educativa, naturalment preocupada per donar al ciutadà allò necessari per a inserir-se socialment i progressar, va posant fites cada vegada més exigents o més complexes.

En aquesta línia, molts currículums de països avançats defineixen els seus objectius escolars en termes de competències. Indiscutiblement, fixar objectius en termes de competències és acceptar la responsabilitat del desenvolupament cognitiu dels alumnes. Els joves d'avui dia, immersos en un medi culturalment molt ric, reben informació de fonts molt diverses, però l'escola s'ha d'encarregar d'ajudar a triar, a decidir, a veure el que és important i el que no..., a vetllar per l'adquisició d'estratègies i habilitats necessaris per a la vida en una societat complexa. Són aquestes necessitats les que, en el moment actual, porten a parlar de desenvolupament de competències i a no conformar-se amb l'adquisició de certs sabers que, tot i ser necessaris, es valora que són insuficients.

La necessitat d'atendre tots els alumnes, de procurar que cadascun desenvolupi al màxim les seves potencialitats, no ha de fer-nos esperar una uniformitat en els resultats, sinó l'assoliment per part de tot l'alumnat d'uns mínims que prevegin allò que és més bàsic. Més bàsic en el sentit de més necessari per a la vida personal, per a la vida en societat i per a la pràctica professional, o més bàsic per a continuar aprenent.

\* Document elaborat per la professora M. Luisa Gironde, de la Universitat Rovira i Virgili de Tarragona.

---

Lògicament, si s'ha de treballar amb una perspectiva competencial, cal acceptar una visió de desenvolupament continu de la competència. Els diferents graus poden representar diferents moments d'un mateix alumne o, en un mateix moment, "el mapa" dels diferents alumnes de la classe.

L'avaluació de competències ha d'aportar informació sobre la capacitat dels alumnes d'usar els coneixements i sobre les motivacions que posseeixen, per a poder ajustar l'acció docent a cada realitat.

Com que l'àrea de matemàtiques comporta un fort component de raonament lògic, la mesura de competència matemàtica també és, en cert sentit, la mesura de la capacitat lògica de l'alumnat, una lògica elemental sense exigir un fort rigor en els raonaments, ja que en aquestes edats cal ajudar a crear intuïcions i ajudar-se d'aquestes en molts casos.

## La matemàtica a l'escola

La idea tradicional de considerar el doble objectiu de la matemàtica escolar com a formatiu i com a instrumental continua essent vàlida. Ningú no dubta que els futurs ciutadans tenen necessitat d'utilitzar amb fluïdesa els llenguatges que la seva societat fa servir per a descriure, actuar i predir el món físic, social i cultural que ens envolta. En aquest aspecte la matemàtica té un paper primordial com a instrument, ja que, en certa mesura, la matemàtica és el gran organitzador cultural que la societat d'avui dia utilitza àmpliament i profundament. Les aplicacions de la matemàtica afecten pràcticament tots els camps del saber (les matemàtiques són necessàries per a aprendre altres matèries i per a continuar aprenent matemàtiques), són darrere de les tecnologies antigues i modernes que s'han desenvolupat i el seu ús afecta l'organització mateixa de la societat.

D'altra banda, en algunes propostes curriculars, i fins i tot en estudis d'ampli ressò amb vista als currículums, com el conegut informe Cockcroft, s'accentua el paper de la matemàtica com a llenguatge. Nosaltres fem nostres les idees d'un autor, Bachelard, que assenyala: "Les matemàtiques són un llenguatge, però un llenguatge que porta al darrere una manera de pensar"; simbolitzar, relacionar, abstraure, explicar... són habilitats que tenen a veure amb el desenvolupament intel·lectual de les persones, i precisament per això "fer matemàtiques" per als alumnes ha de representar tenir oportunitat de posar en pràctica aquestes estratègies de pensament, alhora que es van adquirint els sabers –els conceptes, els procediments, la simbologia– que s'han revelat útils al llarg dels segles i que avui formen part del cos de l'àrea.

Aquesta visió de la matemàtica escolar és concordant amb l'objectiu general perseguit per l'educació d'ajudar les joves generacions a avançar-se al medi en què han de viure. Cal acceptar que aquest medi, una societat tecnològicament avançada com la nostra, és un medi complex i en canvi continu. Caldrà ajustar l'acció educativa a les necessitats futures de les joves generacions i als instruments, als mediadors culturals que la societat utilitza en cada moment. (Qui es recorda ara d'escriure a màquina? Quants de nosaltres fem càlculs llargs sense calculadora?)

---

Portar la idea de competència als currículums implica, doncs, una voluntat d'iniciar des de l'escola el desenvolupament d'habilitats complexes que seran essencials per a l'adaptació posterior de l'individu a un ambient canviant, que requereix eines intel·lectuals flexibles, adequades per a ajustar-se a les transformacions i per a afavorir l'adquisició de nous coneixements.

## La competència matemàtica i la pràctica docent

La matemàtica escolar és un àmbit privilegiat d'ajuda al desenvolupament d'una part del pensament dels alumnes si en perseguir l'adquisició dels sabers essencials de l'àrea es treballa d'una manera determinada.

L'esmentat informe Cockcroft valora extensament la matemàtica en el seu preàmbul com a eina de comunicació i justifica el seu lloc a l'ensenyament obligatori pel paper instrumental, però dubta del paper "formatiu" que molts currículums pregonen però no compleixen, perquè aquest punt depèn de com siguin treballats, o el que és el mateix, de les intencions de la pràctica pedagògica. Uns continguts treballats de manera rutinària, amb poca o nul·la iniciativa per part de l'alumne, que es mesura en una prova escrita en finalitzar cada trimestre, donen poques oportunitats a desenvolupar habilitats intel·lectuals potents que vagin més enllà del procés de mecanització i que siguin útils més enllà de la pràctica escolar tradicional.

La pràctica pedagògica amb intenció de desenvolupar competències, és, doncs, una pràctica exigent. Una pràctica exigent per a l'alumne perquè s'ha d'implicar en l'aprenentatge, ha d'adquirir autonomia, ha de fer ús d'habilitats diferents... També una pràctica exigent per al docent, que necessita adaptar materials, cercar situacions pròximes a l'ambient dels alumnes i gestionar la diversitat de ritmes d'aprenentatge.

El currículum actual de Catalunya (Departament d'Ensenyament, 1992) marca uns objectius per al treball de l'àrea de matemàtiques assumibles des d'una orientació competencial. El mateix Departament ha impulsat treballs d'identificació de les competències bàsiques, com la recerca que es va dur a terme amb el suport de la FREREF l'any 1999, així com la proposta elaborada en el marc de la Conferència Nacional d'Educació (Departament d'Ensenyament, 2002). També els principis d'aprenentatge significatiu i funcional que són a la base del currículum es troben al cor del que vol dir ser competent. L'acció pedagògica sempre està emmarcada per la perspectiva psicològica que s'utilitza per a descriure com es produeix l'aprenentatge. El treball de matemàtiques a l'escola sempre ha usat un cert eclecticisme, ja que, principalment en els primers nivells de l'educació primària, hi ha una sèrie de sabers necessaris (noms, signes, convenis...) que corresponen més a un tipus de coneixement convencional que a un coneixement lògico-matemàtic en el sentit que els anomenava Piaget. Per tant, aquests sabers de tipus convencional, l'alumne els aprèn com a fets, amb el que això implica de càrrega de memòria. Però, tot i que no seria realista parlar de la matemàtica escolar sense assenyalar aquest aspecte, cal dir que aquests aspectes són realment mínims si es comparen amb la gran quantitat d'estratègies d'aprenentatge que necessita aquesta àrea i que van des

---

d'habilitats bàsiques, com relacionar, comparar, abstroure, ordenar... fins a tota una sèrie de conceptes interrelacionats, com són els nombres i les operacions, una sèrie de procediments que tenen també una base conceptual, com és el treball de la mesura o del càlcul, per citar algun exemple. És necessari que l'alumne els desenvolupi de manera comprensiva. Si l'alumne comprèn allò que manipula (físicament o mentalment), hi veu una finalitat i va assolint èxits en la resolució de qüestions, segurament tindrà una actitud positiva vers el treball en l'àrea. La no-comprensió, la mecanització excessiva i la manca d'iniciativa per part de l'alumne, generen actituds negatives. Es veu, doncs, que el treball en aquesta àrea implica desenvolupar habilitats d'experimentar, observar, organitzar, planificar, relacionar, classificar, comparar, anticipar, avaluar, estimar, deduir, explicar...

Una pràctica que persegueixi aquestes adquisicions estarà afavorida per situacions que representin reptes per als alumnes, situacions que els convidin a qüestionar els sabers actuals, que els obligeu a establir altres connexions, a canviar de punt de vista, a contrastar el seu parer amb el dels companys i amb el de la persona adulta, a justificar i interpretar amb rigor i sistematització, etc. L'alumne és l'artesà que ha de construir els seus esquemes explicatius i funcionals per a continuar aprenent, per a comprendre el món en què viu, per a construir la seva identitat personal i per a interactuar en situacions variades; tot això és el que es diu en les orientacions amb enfocament constructivista. Els continguts de matemàtiques són alhora objectiu i mitjà d'aquest desenvolupament intel·lectual.

### **Reflexions amb un exemple**

Una competència bàsica a assolir en l'etapa d'educació primària és la utilització comprensiva dels nombres i les operacions formulada en el preàmbul de les proves com: *Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.*

Comprendre com es fan servir els nombres, entendre quina informació donen, valorar si té sentit o no aquella informació, com es relacionen, requerirà treballar situacions de la realitat de l'alumne en què apareixen quantitats, en les quals ell pugui emetre judicis. Requerirà reconèixer altres usos del nombre i la seva simbolització. Els nombres naturals no es fan servir només per a expressar la cardinalitat d'una col·lecció, també es fan servir per a numerar els prestatges de l'armari de guardar el material, estan en els calendaris per a ajudar a orientar-nos temporalment, s'utilitzen per a anomenar la sala de classe, els pisos d'un edifici o la porta de l'habitatge... Els alumnes que donen sentit al nombre en el seu espai social de vivència estaran capacitats per a usar-los.

Fer això és fer una crida a l'aplicabilitat i l'estructura, donar sentit a les accions físiques o intel·lectuals que són pràctiques habituals, i anar d'aquestes al coneixement abstracte de la matemàtica. A mesura que l'alumne creix en experiència i en capacitat lògica, també pot reflexionar sobre els nombres mateixos com a objectes (sentit de les seqüències, importància del rigor, com es relacionen, per què s'escriuen amb dues o tres xifres, etc.), i aquestes idees aniran essent assolides per continuar-ne construint, a partir d'aquestes, altres de més potents (primerament només saben recórrer a l'ordenació, comptar, després ja sumen, més endavant multipliquen, més tard operen amb



---

potències i després vindrà el llenguatge algebraic...). Cada pas de matematització vertical (aquest caminar en sentit ascendent de complexitat per la pròpia àrea) va acompanyat de moltes situacions pràctiques que es resolen amb aquestes idees (matematització horitzontal) i que són les que donen sentit als nous aprenentatges i en justifiquen la necessitat.

L'aprenentatge del càlcul mereix un interès especial en l'etapa de l'educació primària. L'anterior formulació de la competència parla "d'operar amb rapidesa". És clar que calcular amb seguretat i fluïdesa és un objectiu indefugible en el currículum d'aquesta etapa. Però aquesta seguretat, fluïdesa i també flexibilitat vindrà com a conseqüència d'un aprenentatge comprensiu i estratègic del funcionament del sistema numèric i de les operacions. Un aprenentatge que busqui la comprensió exigeix la capacitat de relacionar, de verbalitzar les relacions que s'observen, de memoritzar algunes dades i d'aprendre a deduir-ne altres a partir d'aquestes. Per a assolir aquesta agilitat cal desenvolupar estratègies que permetin a l'alumne aplicar en cada cas la que consideri més idònia. Si davant d'un càlcul els alumnes han adquirit l'hàbit d'estimar el resultat, de pensar quina estratègia seria més fàcil..., es pot ben dir que anem en el bon camí per a adquirir competència numèrica. Si desesperadament es posen a calcular aplicant una mecànica incomprensible, sense poder controlar ells mateixos els errors, és un indicador que no es va pel bon camí.

La necessitat d'una pràctica que agiliti el desenvolupament d'estratègies en els processos de càlcul pot estar fonamentada en jocs diversos, tant en jocs de taula tradicionals (que són també un ús quotidià i proper als infants) com jocs i activitats amb el suport de l'ordinador. L'aprenentatge de matemàtiques ajudat de les possibilitats de l'ordinador o altres recursos fungibles és una finestra oberta que cal explorar. No és una simple qüestió de canvi de format, de presentació, és perquè la nova tecnologia permet dissenyar altres activitats més ajustades als objectius i construir un pensament més flexible i més funcional.

## **Aportacions per al nou currículum**

L'àmplia bibliografia existent avui entorn de l'educació matemàtica ens dóna pistes de com organitzar i portar a terme un currículum realista, en el sentit que és assumible per l'aprenent i és realitzable pedagògicament.

Aquest currículum hauria de regular, d'una banda, els continguts propis de l'àrea tradicionalment agrupats en quatre blocs: nombres i operacions, geometria, mesura i tractament de la informació (estadística), que han d'estar ben delimitats i seqüenciats al llarg de l'etapa, i de l'altra fer explícites les exigències de desenvolupament competencial que el treball de matemàtiques requereix i, consegüentment, ajuda a desenvolupar.

Per a aquest segon aspecte es pot posar com a exemple postulant, com es fa en alguns països, tres grans blocs competencials, amb l'ajuda del que avui dia a tot el món es considera una bona referència per al treball de matemàtiques a les escoles, que són els Principis i Estàndards per a

---

l'Educació Matemàtica de l'any 2000, elaborats per la Societat Americana de Professors de Matemàtiques (NCTM, National Council Teachers of Mathematics):

### **El raonament de caire matemàtic**

L'alumne ha de ser capaç de desenvolupar estratègies de raonament de caire matemàtic per a consolidar el propi pensament i continuar aprenent. Raonar en matemàtiques consisteix a establir relacions, combinar-les entre elles i sotmetre-les a diverses operacions per crear nous conceptes i progressar en l'exercici del pensament matemàtic. (Diferents estratègies de pensament, agilitat, flexibilitat)

El raonament matemàtic que s'ha de desenvolupar a l'educació primària és alhora deductiu, inductiu i creatiu. És deductiu en la mesura que l'alumne ha d'aprendre a obtenir una conclusió a partir de les dades d'una situació o problema i justificar-ne la idoneïtat. És inductiu en la mesura que es demana deduir regles o lleis a partir d'un conjunt d'observacions, i és creatiu perquè l'alumne ha d'imaginar diferents combinacions d'operacions a fi de trobar diverses respostes a una situació problema.

Els alumnes haurien de desenvolupar estratègies per a:

- Reconèixer i usar relacions entre idees matemàtiques.
- Entendre com es connecten unes idees matemàtiques amb les altres.
- Fer conjectures i mirar d'investigar per a saber si quelcom és cert o fals.
- Desenvolupar arguments per a defensar el punt de vista propi.
- Usar diferents tipus de raonament: inducció, deducció, analogia...

### **La resolució de problemes**

Resoldre problemes s'entén, en sentit clàssic, com el procés que permet, a partir d'unes informacions conegudes, arribar a inferir-ne d'altres que es demanen. Per a fer això l'alumne ha de mobilitzar totes les eines que tingui al seu abast i ha d'aprendre a fer-ho. Però resoldre problemes també s'ha de veure com una modalitat pedagògica; els nous aprenentatges es produeixen si els mateixos alumnes s'impliquen en la recerca de respostes.

En aquest sentit, els alumnes haurien de ser capaços de:

- Construir nous coneixements a partir de la resolució de problemes.
- Resoldre problemes de contextos quotidians i de context matemàtic.
- Aplicar i adaptar estratègies diferents a la resolució de problemes.
- Adquirir confiança en les seves possibilitats i gaudir en el treball matemàtic.
- Ser conscients de les seves pròpies maneres de pensar i entendre, i valorar les dels altres.

---

## **La representació i la comunicació**

Actualment es valora molt la matemàtica com a llenguatge clar i precís per a rebre informació i donar-ne. Aprendre a utilitzar aquest llenguatge significa ser capaç de produir i entendre representacions diferents. Un simple esquema figuratiu que descriu la transformació en un problema elemental d'aritmètica; una expressió numèrica que descriu la mateixa situació; un gràfic de barres que indica els salts de llargària dels alumnes de la classe; una línia poligonal que representa trams, punts de referència i girs que descriuen el camí de casa a l'escola; la descripció d'un itinerari; un quadre de doble entrada on es llegeix la informació d'un horari de trens... i el llenguatge verbal, vehicle fonamental en la comunicació que també requerirà el coneixement de termes propis i la seva utilització en situacions pertinents són llenguatges bàsics en la societat d'avui dia, però també necessaris en el mateix procés d'aprenentatge.

El fet de desenvolupar capacitats de representació i comunicació per a aprendre i per a comunicar-se de manera efectiva s'aconseguirà si els alumnes desenvolupen estratègies per a:

- Crear i usar diferents representacions per a organitzar, recordar i comunicar idees matemàtiques.
- Fer servir diferents representacions (figuratives, simbòliques, verbals) i passar de les unes a les altres per comunicar-se o resoldre problemes.
- Usar representacions i models per a interpretar fenòmens del món físic, del món social o de la matemàtica mateixa.
- Organitzar i consolidar el seu pensament matemàtic mitjançant la comunicació.
- Comunicar el seu pensament de manera clara i concisa als seus companys, als mestres i als altres adults.
- Analitzar i avaluar el pensament i les estratègies dels altres.

Aquests tres blocs competencials s'han de desenvolupar conjuntament amb els continguts de matemàtiques dels quatre blocs tradicionals abans citats. Com es veu, apunten a una "manera de fer" i "de pensar" i no es poden treballar cada un de manera separada, sinó que aquesta distinció dels tres aspectes ha d'ajudar a entendre què hi ha al darrere de "fer" i "aprendre matemàtiques". És evident que per a fer raonaments de caire matemàtic necessitem els conceptes, les representacions, i comunicar-nos amb els altres o amb nosaltres mateixos, i el marc natural per a fer raonaments matemàtics és la tasca de resoldre problemes.

La consideració d'aquests processos i els sabers essencials de l'àrea per a tractar les quantitats, les magnituds, referir-se a l'espai, organitzar i codificar informació, que són fenòmens a l'abast dels alumnes d'educació primària, ha d'ajudar a aconseguir que aquests s'interessin per aquesta àrea i desenvolupin actituds favorables vers el seu aprenentatge, objectiu també indefugible per assolir "competència".

---

## Referències bibliogràfiques

- *Currículum. Educació primària*. Departament d'Ensenyament. Barcelona, 1992.
- *Identificació de competències bàsiques en l'ensenyament obligatori*. Departament d'Ensenyament. Barcelona, 2000.
- *Debat sobre el sistema educatiu català. Conclusions i propostes*. Conferència Nacional d'Educació. Departament d'Ensenyament. Barcelona, 2002.  
([www.gencat.net/educacio/csda/actuacions/comp\\_bas.htm](http://www.gencat.net/educacio/csda/actuacions/comp_bas.htm))
- *Principles and Standards curricular*. NTCM 2000. ([www.nctm.org](http://www.nctm.org))
- *Marc conceptual per a l'avaluació. Pisa 2003*. Departament d'Educació, OCDE. Barcelona, 2004.
- *Informe Cockcroft*. Ministeri d'Educació i Ciència. Madrid, 1985.

---

## II. Síntesi de resultats

### Proves d'avaluació de competències bàsiques del curs 2004-2005

Les proves, administrades en el curs 2004-2005, contenen ítems que avaluen les competències bàsiques de l'àmbit matemàtic i també d'altres que, tot i fer referència a continguts matemàtics, permeten avaluar competències de l'àmbit lingüístic, de l'àmbit social i natural i l'ús de les tecnologies de la informació i la comunicació (TIC).

Les proves estan pensades des d'una perspectiva global d'integració de l'aprenentatge, i en aquest sentit abasten, a més de les matemàtiques, altres àrees de coneixement.

#### Relació de competències i cicles en què s'han avaluat

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	L12	L13	L16	L17	SN23
Cicle inicial	X	X			X		X		X			
Cicle mitjà	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Cicle superior	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X

Per a avaluar la competència SN23 es proposen activitats que ofereixen la possibilitat d'analitzar informació des de la perspectiva matemàtica.

La competència L12, que fa referència a la comprensió escrita, avalua la possibilitat de l'alumnat de llegir propostes o enuncisats de problemes i comprendre el que es demana.

Les activitats d'expressió oral que es proposen en els cicles inicial i mitjà s'inscriuen en la concepció que la verbalització del pensament matemàtic afavoreix la integració dels aprenentatges que els alumnes van fent de les matemàtiques, i al mateix temps afavoreix el desenvolupament de l'aprenentatge de la llengua en un context específic, el de les matemàtiques, que sovint exigeix descripcions acurades, acompliment de condicions, establiment d'hipòtesis, deduccions, etc.

L'ús de les TIC es presenta de manera integrada a les competències avaluades. Les TIC permeten la manipulació d'activitats geomètriques i estadístiques.

Les competències seleccionades per a les proves del curs 2004-2005 són continuació de la selecció i avaluació de les competències que s'han avaluat fins ara.

## Característiques de la mostra seleccionada

La mostra ha estat constituïda per 2.760 alumnes del segon curs de cycle inicial, 2.725 del quart curs de cycle mitjà i 2.771 del sisè curs de cycle superior de l'educació primària procedents de 150 centres. Aquests centres són gairebé els mateixos que els de la mostra del curs 2000-2001.

Els centres de la mostra estan seleccionats segons el nivell socioeconòmic de la població on estan ubicats –baix, mitjà o alt (en una proporció del 20%, 60% i 20%, respectivament)– en els estrats d'hàbitat corresponents a més de 100.000 habitants i d'entre 10.000 i 100.000 habitants. En el cas de centres pertanyents a poblacions de menys de 10.000 habitants no s'ha establert diferenciació de nivell socioeconòmic.

La proporció d'alumnat amb necessitats educatives especials i nouvingut que ha format part de la mostra és la que segueix:

Percentatge d'alumnat amb NEE que ha format part de la mostra		Percentatge d'alumnat nouvingut que ha format part de la mostra	
A cycle inicial	5,3%	A cycle inicial	5,6%
A cycle mitjà	4,9%	A cycle mitjà	5,2%
A cycle superior	4,7%	A cycle superior	3,8%

Atenent a la distribució de l'alumnat, cal destacar que s'ha trobat alumnat amb necessitats educatives especials, aproximadament, en un terç dels centres avaluats. El més habitual és que hi hagi un o dos alumnes en el grup.

L'alumnat nouvingut es troba en més d'un terç dels centres de la mostra i més ben distribuït al cycle inicial i mitjà que no pas al cycle superior. El més habitual és trobar un o dos alumnes nouvinguts per grup, però no es estrany que n'hi hagi fins a tres o quatre.

## Distribució dels centres docents que han constituït la mostra

POBLACIONS	SERVEIS TERRITORIALS								TOTAL
	BCN 1	BCN 2	B. Llobregat - Anoia	Vallès Occidental	Girona	Lleida	Tarragona	Terres de l'Ebre	
> 100.000 hab.	25	12	–	7	–	3	2	–	49
10.000-100.000 hab.	–	13	13	7	7	–	4	1	45
1.000-10.000 hab.	–	11	2	1	6	6	5	2	33
< 1.000 hab.	–	3	1	–	5	8	5	1	23
TOTAL	25	39	16	15	18	17	16	4	150

---

## **Anàlisi dels resultats**

En aquest informe es presenten resultats globals d'assoliment de les competències de l'alumnat dels 150 centres que han constituït la mostra a fi que cada centre tingui un marc comparatiu i faci una anàlisi més qualitativa dels propis resultats, atès que la finalitat de les proves és enriquir l'avaluació interna que fa el mateix centre. En aquest sentit, les dades que s'obtenen ajuden el centre a comprendre més bé la seva realitat, com a pas imprescindible per a plantejar estratègies de millora en la definició i selecció del currículum i la metodologia a aplicar, tant a nivell general com per a cada nen i nena en particular.

La comparació dels resultats del centre amb els resultats de la mostra i amb els propis resultats d'anys anteriors pot servir per a confirmar que allò que semblava que anava bé, efectivament hi va, o per a identificar allà on convé parar més atenció i analitzar determinades actuacions per a incrementar les competències de l'alumnat. És a dir, la comparació no haurà de portar a fer afirmacions rotundes; la comparació només hauria de permetre orientar i facilitar el procés d'avaluació interna del centre.

Com a criteri de domini de la competència o, dit d'una altra manera, per a considerar que un alumne o alumna té una competència assolida, s'ha fixat la superació a l'entorn del 65% dels ítems que mesuren la competència.

És molt important relacionar el resultat obtingut en cada competència amb les activitats, tipus de prova (oral o escrita) i coneixements i habilitats emprats per a la seva realització, així com amb els criteris de referència establerts.

Com ja s'ha dit anteriorment, els centres de la mostra estan distribuïts per trams de població. A més, els centres de poblacions de més de 10.000 habitants s'han agrupat per nivell socioeconòmic (un 20% de nivell baix, un 60% de nivell mitjà i un 20% de nivell alt). Els centres de poblacions de més de 10.000 habitants poden, doncs, a partir de les característiques del seu entorn social i econòmic, situar-se en un agrupament o altre a fi de fer les comparacions oportunes amb els resultats obtinguts. Com que l'objectiu de les proves no és pas obtenir un rànquing de centres per categories, sinó facilitar una eina útil d'estudi al centre per a analitzar els seus rendiments, davant el dubte de situar-se en una franja socioeconòmica o altra, podran fer l'anàlisi en relació amb diferents trams.

El Departament d'Educació continua analitzant amb més detall les dades de la mostra, per a disposar de més elements per a interpretar-les, així com per a millorar la definició de les competències bàsiques i els instruments que cal emprar per a fer-ne l'avaluació.

## Resultats de l'assoliment de les competències

### CICLE INICIAL

#### Percentatge d'alumnat que assoleix les competències a cicle inicial

Competències del cicle inicial		% d'alumnat que assoleix la competència
<b>M1</b> Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.	<b>M1a</b> Càlcul exacte amb temps controlat	74%
	<b>M1b</b> Càlcul exacte amb temps no controlat	78%
<b>M2</b> Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.		87%
<b>M5</b> Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.		63%
<b>M7</b> Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificar temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.		73%
<b>L13</b> Expressar-se oralment adequant-se a la situació comunicativa i al receptor amb ordre i claredat ( <i>component discursiu</i> ).		88%

#### Comentari dels resultats

- En general, l'alumnat del cicle inicial mostra un bon nivell d'assoliment de les competències en l'àmbit matemàtic.
- La competència relacionada amb la planificació i resolució de problemes és la que presenta més dificultat d'assoliment.
- L'alumnat de cicle inicial té assolida de manera consistent la competència d'usar tècniques de representació geomètrica i d'adequar el seu discurs oral en un context de descriure composicions amb figures geomètriques utilitzant correctament el vocabulari referit a formes, colors, mides i posicions relatives, i ordenant adequadament les frases.



- 
- Quant a activitats concretes, l'alumnat ha tingut més dificultats per a calcular el minuend d'una resta, per a situar nombres en la recta numèrica i per a dissenyar l'itinerari invers a un de donat prèviament.
  - Pel que fa a l'hàbitat on hi ha els centres, s'observen resultats més bons en l'alumnat de centres de poblacions amb menys de 1.000 habitants. Tot i això, les diferències només són estadísticament significatives quant a l'ús de tècniques de representació geomètrica entre els resultats de l'alumnat d'aquestes poblacions i els de l'alumnat de poblacions amb més de 10.000 habitants.
  - Pel que fa al nivell socioeconòmic, s'observen resultats més alts en l'alumnat de centres amb nivell socioeconòmic alt. Les diferències que s'observen en totes les competències avaluades són estadísticament significatives entre els resultats de l'alumnat de centres de nivell socioeconòmic baix respecte als resultats obtinguts per l'alumnat dels altres dos nivells.

## CICLE MITJÀ

### Percentatge d'alumnat que assoleix les competències a cicle mitjà

Competències del cicle mitjà		% d'alumnat que assoleix la competència
<b>M1</b> Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.	<b>M1a</b> Càlcul exacte amb temps controlat	68%
	<b>M1b</b> Càlcul exacte amb temps no controlat	57%
	<b>M1c</b> Càlcul aproximat	62%
<b>M2</b> Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.		64%
<b>M3</b> Emprar amb precisió i criteri les unitats de mesura.		57%
<b>M4</b> Usar amb propietat instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, quan calgui.		88%
<b>M5</b> Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.		47%
<b>M6</b> Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.	<b>M6a</b> Signes i xifres	66%
	<b>M6b</b> Gràfic	61%
<b>M7</b> Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificar temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.		60%
<b>L12</b> Comprendre un text escrit interpretant el missatge a partir de la informació que conté i els coneixements propis ( <i>comprensió textual inferencial / interpretativa</i> ).		55%
<b>L13</b> Expressar-se oralment adequant-se a la situació comunicativa i al receptor amb ordre i claredat ( <i>component discursiu</i> ).		79%
<b>L16</b> Produir un text escrit, adequat a la necessitat comunicativa i al receptor, amb ordre i claredat ( <i>organització del text</i> ).		48%
<b>L17</b> Produir un text escrit aplicant correctament els coneixements lingüístics pel que fa a lèxic, ortografia i estructures morfosintàctiques ( <i>correcció lingüística</i> ).		47%
<b>SN23</b> Buscar i seleccionar informació de diverses fonts.		84%

---

## **Comentari dels resultats**

- En aquest cicle, les competències que l'alumnat té més dificultat per a assolir són les que fan referència a la planificació i estratègies de resolució de problemes i les competències relacionades amb la producció d'un text escrit, de caràcter descriptiu a partir d'un plànol, on es combinen llenguatge verbal i llenguatge matemàtic, tant pel que fa a l'organització del text com a la correcció lingüística.
- Les competències més ben assolides per l'alumnat són l'ús dels instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, així com buscar i seleccionar informació a partir de dades numèriques i en diverses fonts, i l'habilitat discursiva relacionada amb les matemàtiques.
- Concretament, les activitats que han presentat més dificultat a l'alumnat són dues: calcular mentalment el producte de dos nombres de dos xifres ( $25 \times 12$ ) i fer distribucions no iguals (act. 14.2). Resoldre una situació que comporta doblar o afegir la meitat més de diferents quantitats (calcular el material per a una activitat de plàstica per a grups de nens i nenes de diferents mides). També els costa aplicar els nombres i les operacions en situacions reals (act. 4c, 4d), seguir sèries numèriques (1, 2, 4, 8, 16...), situar una data en una recta del temps (mes de juny), organitzar informació d'una taula de dades (act. 10.1 i 10.3b) i reconèixer mesures d'ús quotidià ( $250 \text{ g} = 1/4 \text{ kg}$ ).
- Pel que fa a l'hàbitat on estan ubicats els centres, les diferències que s'observen no són estadísticament significatives. Els resultats en totes les competències són força homogenis i no sempre els resultats més alts s'enregistren en el mateix tram de població.
- En quasi totes les competències relacionades amb l'ús del llenguatge matemàtic s'enregistren puntuacions més altes en els centres de poblacions de menys de 1.000 habitants, encara que les diferències que s'observen no són estadísticament significatives. Pel que fa a la correcció lingüística en l'expressió escrita, els resultats més alts els obtenen els alumnes de centres d'entre 100.000 i 10.000 habitants respecte als resultats en centres de poblacions més petites i, en aquest cas, les diferències són estadísticament significatives.
- Pel que fa al nivell socioeconòmic, els resultats més alts es troben entre l'alumnat de centres de nivell socioeconòmic alt. S'observen diferències estadísticament significatives entre els resultats obtinguts per l'alumnat de centres de nivell socioeconòmic baix respecte a l'alumnat dels altres dos nivells en les competències que fan referència al càlcul amb temps controlat, l'ús de tècniques de representació geomètrica, l'ús del llenguatge matemàtic de signes i xifres, i també en buscar i seleccionar informació, comprensió escrita i correcció lingüística.

S'observen diferències entre els tres nivells socioeconòmics en el càlcul exacte i aproximat, l'ús de les unitats de mesura, la resolució de problemes, l'ús del llenguatge matemàtic, les representacions gràfiques i la interpretació dels nombres en context real.

No s'observen diferències entre els tres nivells socioeconòmics en l'ús dels instruments i tècniques de dibuix, mesura i càlcul ni en la producció discursiva oral.

---

Respecte als anys anteriors, es continua confirmant la millora en el càlcul amb temps controlat. Es manté el nivell d'assoliment en les competències de càlcul exacte amb temps no controlat, de càlcul aproximat, i hi ha un lleuger descens pel que fa a la representació geomètrica, l'ús d'instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, l'ús i interpretació del llenguatge matemàtic i de la funció dels nombres en contextos reals.

Pel que fa a la utilització amb criteri d'instruments de mesura, el nivell d'assoliment és força inferior i està relacionat amb el fet que l'any anterior s'havia avaluat amb un nombre molt reduït d'ítems i ara, en canvi, el nombre és major i la diversitat de contextos també.

Un comentari a part requereix la competència de resolució de problemes, que presenta un nivell més baix i que enguany ha estat avaluada en cinc situacions diferents, en una de les quals es posen en joc els conceptes de "doble" i "meitat", que presenta dificultats per als alumnes, com s'analitzarà en profunditat en el capítol III d'aquest document.

## CICLE SUPERIOR

### Percentatge d'alumnat que assoleix les competències a cicle superior

Competències del cicle superior		% d'alumnat que assoleix la competència
<b>M1</b> Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.	<b>M1a</b> Càlcul exacte amb temps controlat	63%
	<b>M1b</b> Càlcul exacte amb temps no controlat	47%
	<b>M1c</b> Càlcul aproximat	62%
<b>M2</b> Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.		44%
<b>M3</b> Emprar amb precisió i criteri les unitats de mesura.		55%
<b>M4</b> Usar amb propietat instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, quan calgui.		33%
<b>M5</b> Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.		52%
<b>M6</b> Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.	<b>M6a</b> Signes i xifres	48%
	<b>M6b</b> Gràfic	65%
<b>M7</b> Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificar temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.		55%
<b>L12</b> Comprendre un text escrit, interpretant el missatge a partir de la informació que conté i els coneixements propis ( <i>comprensió textual inferencial / interpretativa</i> ).		57%
<b>L16</b> Produir un text escrit, adequat a la necessitat comunicativa i al receptor, amb ordre i claredat ( <i>organització del text</i> ).		72%
<b>L17</b> Produir un text escrit aplicant correctament els coneixements lingüístics pel que fa a lèxic, ortografia i estructures morfosintàctiques ( <i>correcció lingüística</i> ).		55%
<b>SN23</b> Buscar i seleccionar informació de diverses fonts.		72%

---

## **Comentari dels resultats**

- L'alumnat de cicle superior té més ben assolides les competències relacionades amb el càlcul exacte amb temps controlat i el càlcul aproximat, l'ús i interpretació del llenguatge matemàtic pel que fa a les representacions gràfiques, buscar i seleccionar informació de diverses fonts i organitzar un text adequat-se a la situació comunicativa demanada.
- Té més dificultat per a usar instruments i tècniques de dibuix, mesura i càlcul, així com tècniques de representació geomètrica.
- Concretament, les activitats que han resultat més difícils a l'alumnat impliquen operacions amb fraccions aplicades a problemes de proporcions (act. 8.2), situar (amb precisió) dates en la recta del temps (act. 9), càlcul aproximat (act. 17.4a) i l'ús del càlcul per a resoldre problemes en contextos quotidians (act.15.5, calcular preu de bitllets), organitzar taules de dades per a extreure informació (act. 10.3a) i resoldre problemes en què intervé la proporcionalitat (act. 12.3b), i fer raonaments sobre aspectes geomètrics (perquè un quadrilàter és o no un paral·lelogram) i càlcul de mesures geomètriques (perímetre).
- Quant als resultats en cada hàbitat de població, cal destacar, que tot i que s'observen algunes diferències entre hàbitats en algunes competències, no s'observen diferències estadísticament significatives en el càlcul, en l'ús de les unitats de mesura ni en l'ús d'instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, ni tampoc pel que fa a les competències relacionades amb la producció escrita. No sempre es donen els resultats més alts en el mateix tram de població.
- Quant als resultats en funció del nivell socioeconòmic dels centres, cal destacar que s'enregistren els resultats més alts en els centres de nivell socioeconòmic alt. S'observen diferències estadísticament significatives entre els resultats en centres de nivell socioeconòmic baix respecte als resultats en els centres de nivells alt i mitjà en el càlcul exacte amb temps controlat, en el càlcul aproximat, en la interpretació dels nombres en context real, i en les competències de buscar i seleccionar informació en diverses fonts, així com en la correcció lingüística de les produccions escrites.

Es donen diferències estadísticament significatives entre els tres nivells socioeconòmics en les competències que fan referència a usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i els espais (M2), emprar amb precisió i criteri les unitats de mesura (M3), usar amb propietat instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular quan calgui (M4), planificar i seguir alguna estratègia per a resoldre un problema, i modificar-la si no és prou eficaç (M5) i usar i interpretar llenguatge matemàtic per a descriure fenòmens habituals (M6).

---

A continuació es presenta l'evolució de cadascuna de les competències avaluades en cada cicle. En general, s'observa que el percentatge d'alumnes que assolixen la competència és més alt en el cicle inicial i disminueix en els cicles mitjà i superior.

Les diferències a aquesta tendència general que s'observen en alguns casos cal relacionar-les amb els ítems emprats en l'avaluació de cada competència en cada cicle. Així, cal assenyalar el resultat més baix al cicle mitjà pel que fa a la resolució de problemes, molt lligat a l'activitat on es posen en joc els conceptes de "doble" i "meitat", que ha aparegut també en edicions anteriors de les proves, i també cal destacar la producció de textos escrits al cicle mitjà, on la dificultat està molt relacionada amb la descripció d'un itinerari tot utilitzant punts de referència.

En el cicle superior el valor més baix que apareix en la competència d'ús d'instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular està relacionat amb la major complexitat dels continguts emprats, els quals requereixen el domini de la calculadora, l'ordinador per al dibuix geomètric en situacions que encara no estan plenament incorporades a l'aula.

## Comparació de resultats entre cicles

Competències	Cb8	Cb10	Cb12
<b>M1a</b> Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat. (Càlcul exacte amb temps controlat)	74%	68%	63%
<b>M1b</b> Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat. (Càlcul exacte amb temps no controlat)	78%	57%	47%
<b>M1c</b> Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat. (Càlcul aproximat)	–	62%	62%
<b>M2</b> Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.	87%	64%	44%
<b>M3</b> Emprar amb precisió i criteri les unitats de mesura.	–	57%	55%
<b>M4</b> Usar amb propietat instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, quan calgui.	–	88%	33%
<b>M5</b> Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.	63%	47%	52%
<b>M6a</b> Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians. (Signes, xifres)	–	66%	48%
<b>M6b</b> Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians. (Gràfic)	–	61%	65%
<b>M7</b> Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificar temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.	73%	60%	55%
<b>L12</b> Comprendre un text escrit interpretant el missatge a partir de la informació que conté i els coneixements propis ( <i>comprensió textual inferencial / interpretativa</i> ).	–	55%	57%
<b>L13</b> Expressar-se oralment adequant-se a la situació comunicativa i al receptor amb ordre i claredat ( <i>component discursiu</i> ).	–	79%	–
<b>L16</b> Produir un text escrit, adequat a la necessitat comunicativa i al receptor, amb ordre i claredat ( <i>organització del text</i> ).	–	48%	72%
<b>L17</b> Produir un text escrit aplicant correctament els coneixements lingüístics pel que fa a lèxic, ortografia i estructures morfosintàctiques ( <i>correcció lingüística</i> ).	–	47%	55%
<b>SN23</b> Buscar i seleccionar informació de diverses fonts.	–	84%	72%



## Resultats de cada competència amb relació als factors d'hàbitat i nivell socioeconòmic

Tot seguit es presenten els resultats obtinguts pels centres agrupats amb relació als factors hàbitat i nivell socioeconòmic.

Si es combinen els factors hàbitat (poblacions inferiors a 1.000 habitants; poblacions d'entre 1.000 i 10.000 habitants; poblacions d'entre 10.000 i 100.000 habitants; poblacions de més de 100.000 habitants) i nivell socioeconòmic (baix, mitjà, alt –només en poblacions de més de 10.000 habitants–), s'obté l'esquema següent de tipologies de centres per a aquest estudi (en cada casella s'indica el quadre que conté les dades corresponents):

		Hàbitat			
		menys de 1.000	1.000-10.000	10.000-100.000	més de 100.000
Nivell socioeconòmic	Baix			Quadre 7. CI Quadre 8. CM Quadre 9. CS	Quadre 16. CI Quadre 17. CI Quadre 18. CI
	Mitjà	Quadre 1. CI Quadre 2. CM Quadre 3. CS	Quadre 4. CI Quadre 5. CM Quadre 6. CS	Quadre 10. CI Quadre 11. CM Quadre 12. CS	Quadre 19. CI Quadre 20. CM Quadre 21. CS
	Alt			Quadre 13. CI Quadre 14. CM Quadre 15. CS	Quadre 22. CI Quadre 23. CM Quadre 24. CS

Els resultats s'expressen en percentatge a fi de poder establir les comparacions pertinents.

---

## Centres en poblacions de menys de 1.000 habitants

### Quadre 1: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic		Àmbit lingüístic	
M1a	78%	L13	90%
M1b	80%		
M2	96%		
M5	65%		
M7	81%		

### Quadre 2: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic		Àmbit lingüístic	
M1a	68%	L12	64%
M1b	58%	L13	80%
M1c	58%	L16	41%
M2	65%	L17	53%
M3	62%		
M4	89%		
M5	52%		
M6a	73%		
M6b	68%		
M7	67%		

Àmbit social i natural	
SN23	83%

### Quadre 3: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic		Àmbit lingüístic	
M1a	58%	L12	55%
M1b	41%	L16	69%
M1c	59%	L17	54%
M2	39%		
M3	54%		
M4	38%		
M5	50%		
M6a	38%		
M6b	67%		
M7	63%		

Àmbit social i natural	
SN23	69%

---

## Centres en poblacions d'entre 1.000 i 10.000 habitants

### Quadre 4: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic	
M1a	74%
M1b	76%
M2	89%
M5	64%
M7	70%

Àmbit lingüístic	
L13	88%

### Quadre 5: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic	
M1a	66%
M1b	55%
M1c	58%
M2	67%
M3	59%
M4	87%
M5	44%
M6a	67%
M6b	60%
M7	60%

Àmbit lingüístic	
L12	53%
L13	80%
L16	52%
L17	52%

Àmbit social i natural	
SN23	84%

### Quadre 6: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic	
M1a	59%
M1b	45%
M1c	64%
M2	38%
M3	51%
M4	30%
M5	47%
M6a	41%
M6b	63%
M7	53%

Àmbit lingüístic	
L12	51%
L16	73%
L17	51%

Àmbit social i natural	
SN23	72%

---

## Centres en poblacions d'entre 10.000 i 100.000 habitants i nivell socioeconòmic baix

### Quadre 7: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic		Àmbit lingüístic	
M1a	60%	L13	84%
M1b	64%		
M2	72%		
M5	47%		
M7	61%		

### Quadre 8: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic		Àmbit lingüístic	
M1a	49%	L12	38%
M1b	41%	L13	77%
M1c	56%	L16	44%
M2	52%	L17	39%
M3	38%		
M4	81%		
M5	30%		
M6a	56%		
M6b	50%		
M7	40%		

Àmbit social i natural	
SN23	69%

### Quadre 9: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic		Àmbit lingüístic	
M1a	49%	L12	47%
M1b	37%	L16	43%
M1c	52%	L17	46%
M2	37%		
M3	38%		
M4	26%		
M5	44%		
M6a	39%		
M6b	55%		
M7	48%		

Àmbit social i natural	
SN23	63%

---

Centres en poblacions d'entre 10.000 i 100.000 habitants i nivell socioeconòmic mitjà

Quadre 10: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic	
M1a	77%
M1b	80%
M2	90%
M5	64%
M7	77%

Àmbit lingüístic	
L13	92%

Quadre 11: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic	
M1a	74%
M1b	59%
M1c	65%
M2	66%
M3	61%
M4	89%
M5	49%
M6a	71%
M6b	64%
M7	65%

Àmbit lingüístic	
L12	60%
L13	83%
L16	47%
L17	43%

Àmbit social i natural	
SN23	88%

Quadre 12: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic	
M1a	67%
M1b	52%
M1c	64%
M2	46%
M3	61%
M4	35%
M5	55%
M6a	51%
M6b	70%
M7	61%

Àmbit lingüístic	
L12	60%
L16	74%
L17	59%

Àmbit social i natural	
SN23	75%

---

## Centres en poblacions d'entre 10.000 i 100.000 habitants i nivell socioeconòmic alt

### Quadre 13: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic	
M1a	78%
M1b	82%
M2	90%
M5	67%
M7	76%

Àmbit lingüístic	
L13	85%

### Quadre 14: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic	
M1a	73%
M1b	62%
M1c	71%
M2	68%
M3	69%
M4	88%
M5	52%
M6a	68%
M6b	69%
M7	70%

Àmbit lingüístic	
L12	59%
L13	75%
L16	47%
L17	43%

Àmbit social i natural	
SN23	89%

### Quadre 15: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic	
M1a	72%
M1b	60%
M1c	66%
M2	62%
M3	67%
M4	47%
M5	64%
M6a	59%
M6b	78%
M7	64%

Àmbit lingüístic	
L12	66%
L16	84%
L17	59%

Àmbit social i natural	
SN23	79%

---

Centres en poblacions de més de 100.000 habitants i nivell socioeconòmic baix

Quadre 16: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic	
M1a	60%
M1b	64%
M2	67%
M5	49%
M7	53%

Àmbit lingüístic	
L13	77%

Quadre 17: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic	
M1a	55%
M1b	46%
M1c	55%
M2	49%
M3	33%
M4	88%
M5	39%
M6a	51%
M6b	38%
M7	36%

Àmbit lingüístic	
L12	37%
L13	75%
L16	39%
L17	37%

Àmbit social i natural	
SN23	67%

Quadre 18: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic	
M1a	55%
M1b	36%
M1c	57%
M2	27%
M3	33%
M4	17%
M5	30%
M6a	35%
M6b	47%
M7	35%

Àmbit lingüístic	
L12	40%
L16	61%
L17	42%

Àmbit social i natural	
SN23	53%

---

## Centres en poblacions de més de 100.000 habitants i nivell socioeconòmic mitjà

### Quadre 19: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic	
M1a	77%
M1b	81%
M2	90%
M5	66%
M7	77%

Àmbit lingüístic	
L13	91%

### Quadre 20: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic	
M1a	68%
M1b	55%
M1c	62%
M2	65%
M3	57%
M4	89%
M5	46%
M6a	64%
M6b	62%
M7	62%

Àmbit lingüístic	
L12	57%
L13	78%
L16	47%
L17	51%

Àmbit social i natural	
SN23	87%

### Quadre 21: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic	
M1a	66%
M1b	48%
M1c	61%
M2	47%
M3	58%
M4	34%
M5	57%
M6a	51%
M6b	63%
M7	55%

Àmbit lingüístic	
L12	61%
L16	73%
L17	59%

Àmbit social i natural	
SN23	73%



---

## Centres en poblacions de més de 100.000 habitants i nivell socioeconòmic alt

### Quadre 22: CICLE INICIAL

Àmbit matemàtic	
M1a	73%
M1b	86%
M2	93%
M5	71%
M7	79%

Àmbit lingüístic	
L13	93%

### Quadre 23: CICLE MITJÀ

Àmbit matemàtic	
M1a	80%
M1b	73%
M1c	70%
M2	75%
M3	64%
M4	87%
M5	67%
M6a	77%
M6b	70%
M7	70%

Àmbit lingüístic	
L12	69%
L13	84%
L16	59%
L17	53%

Àmbit social i natural	
SN23	91%

### Quadre 24: CICLE SUPERIOR

Àmbit matemàtic	
M1a	69%
M1b	53%
M1c	65%
M2	55%
M3	67%
M4	39%
M5	63%
M6a	61%
M6b	73%
M7	62%

Àmbit lingüístic	
L12	71%
L16	84%
L17	57%

Àmbit social i natural	
SN23	80%

---

## Valoracions fetes pels centres

Es va demanar als centres que valoressin determinats aspectes de les proves. En cada cas es feia una afirmació i calia indicar-ne el grau d'acord.

En primer lloc, es demanava una valoració en relació amb les proves de cada cicle. Les afirmacions, per a cadascun dels cicles, eren:

- El tipus i grau de dificultat de les activitats és adequat a l'edat de l'alumnat.
- Les instruccions d'aplicació són clares i suficients.
- La informació que és dóna sobre el lligam de les activitats de les proves amb les competències és útil per a l'anàlisi dels resultats i la presa de decisions de millora.

Tot seguit es demanava una valoració referent al conjunt del procés. Les afirmacions, per a cadascun dels cicles, eren:

- L'aplicació de les proves a tots els cicles de l'educació primària ajuda a tenir una visió global de l'evolució de l'alumnat.
- L'aplicació de les proves focalitzades en un àmbit de les competències bàsiques facilita l'anàlisi i la reflexió sobre la gestió del currículum.
- La informació que proporciona l'aplicació informàtica facilita l'anàlisi i la reflexió sobre els resultats.

Les valoracions podien ser: 1 = molt poc, 2 = poc, 3 = bastant, 4 = molt

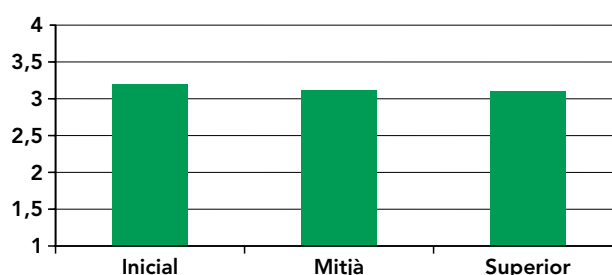
Per a cada qüestió es presenta la mitjana i la desviació típica, arrodonides a dues xifres decimals. Atès que la valoració mínima és 1 i la màxima 4, el valor teòric de l'"aprovat" estaria a 2,5. Pel que fa a la desviació típica, és una mesura estadística de dispersió que indica la separació mitjana entre els diferents valors (les valoracions dels centres) i la mitjana. La forquilla de valors possibles té una amplitud de 3 (entre 1 i 4); per tant, tots els resultats obtinguts en les desviacions típiques s'han de posar en relació amb aquest valor de 3.

## Qüestions relatives a cada cicle

### Les activitats són adequades a l'edat de l'alumnat

	Cicle inicial	Cicle mitjà	Cicle superior
mitjana	3,19	3,11	3,08
desv. típica	0,55	0,50	0,53

Valoracions (percentatges)	1	0,8	0,5	0,8
	2	5,1	6,3	7,9
	3	68,5	74,9	74,2
	4	25,6	18,3	17,1



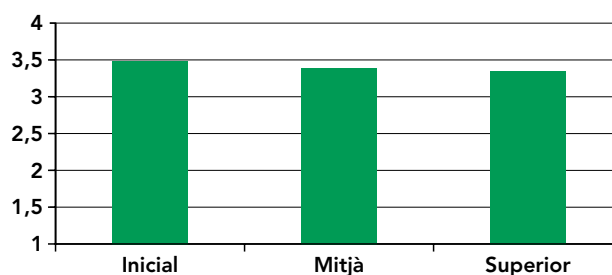
L'adequació de les activitats a l'edat de l'alumnat obté una qualificació molt favorable, amb valors mitjans sempre superiors a "bastant". Aquesta valoració positiva és més remarcable en el cicle inicial i disminueix lleugerament quan s'avança en l'etapa, per bé que amb valors sempre molt positius.

La dispersió ens mostra que hi ha força coincidència entre les valoracions de les escoles, sense que hi hagi diferències entre cicles.

### Les instruccions d'aplicació són clares i suficients

	Cicle inicial	Cicle mitjà	Cicle superior
mitjana	3,48	3,40	3,36
desv. típica	0,61	0,65	0,66

Valoracions (percentatges)	1	0,7	1,0	1,0
	2	4,1	6,0	7,4
	3	42,2	45,2	46,4
	4	53,0	47,8	45,2



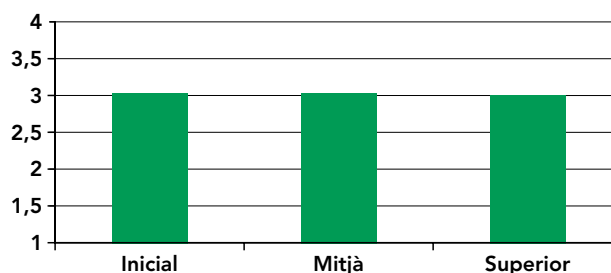
Aquí les valoracions són encara més positives, fins al punt que en els cicles inicial i mitjà es dona el cas que la valoració màxima és la més freqüent.

Les desviacions indiquen un xic més de discrepàncies entre centres respecte a la qüestió anterior, per bé que mantenint una gran coincidència.

La informació que es dona sobre el lligam de les activitats de les proves amb les competències és útil per a l'anàlisi dels resultats i la presa de decisions de millora.

	Cicle inicial	Cicle mitjà	Cicle superior
mitjana	3,05	3,04	3,01
desv. típica	0,62	0,63	0,64

Valoracions (percentatges)	1	1,2	1,3	1,5
	2	12,9	14,3	15,6
	3	65,3	63,4	63,3
	4	20,6	21,0	19,7

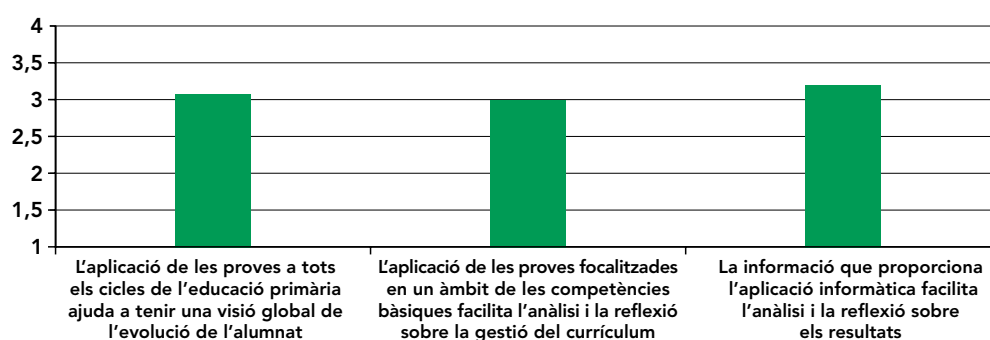


L'apreciació és pràcticament idèntica en els tres cicles, i la valoració que se'n desprèn és lleugerament superior a "bastant útils". Cal recordar que aquestes opinions han estat emeses abans que els centres disposessin del document *Orientacions per a l'anàlisi dels resultats en els centres*, per la qual cosa és esperable que la valoració final d'aquest apartat que facin els centres sigui encara més positiva.

## Qüestions relatives a l'etapa

	L'aplicació de les proves a tots els cicles de l'educació primària ajuda a tenir una visió global de l'evolució de l'alumnat	L'aplicació de les proves focalitzades en un àmbit de les competències bàsiques facilita l'anàlisi i la reflexió sobre la gestió del currículum	La informació que proporciona l'aplicació informàtica facilita l'anàlisi i la reflexió sobre els resultats
mitjana	3,07	3,02	3,21
desv. típica	0,63	0,64	0,65

Valoracions (percentatges)	1			
	2	1,2	1,5	1,0
3	13,2	15,0	9,4	
4	63,2	63,1	56,9	
	22,4	20,4	32,6	



Totes aquestes qüestions, relatives a la globalitat de l'ús de les proves de competències bàsiques en el procés d'avaluació dels centres, tenen una valoració força positiva, amb un grau d'acord alt entre centres. És especialment remarcable la molt bona valoració de l'aplicació informàtica, que enguany ha incorporat noves prestacions.

Pel que fa a aspectes generals, el comentari més repetit (entorn d'un 10%) dels centres és la queixa per la manca d'un tractament específic per a l'alumnat nouvingut o amb ACI. La qüestió es planteja en dos vessants: la demanda d'activitats adaptades per a aquest alumnat i la preocupació que els seus resultats afectin el resultat global del centre. Les escoles que plantegen aquest neguit semblen haver perdut de vista que les proves Cb són, bàsicament, una eina d'avaluació interna per bé que els resultats de la mostra esdevinguin un referent extern i que els resultats dels centres no conformen cap rànquing.

Una altra observació relativament freqüent (també entorn del 10%) fa referència a l'elevat nombre d'errades. El fet que les proves es pilotin en grups d'alumnes de centres de tipologia diversa, mirant de treballar amb alumnes al més propers possible a l'alumnat que finalment passarà les proves, fa que l'edició de tot el material s'hagi de fer en un període de temps molt ajustat i que, lamentablement, contingui algunes errades. El Departament d'Educació intenta sempre que el nombre d'aquestes errades sigui el menor possible, però difícilment podran eradicar-se totalment. Dels comentaris recollits, però, es desprèn que una quantitat significativa de centres desconeixen que, com cada any, en el moment de passar les proves es va posar a disposició dels centres una fe d'errades a la web del Departament.

---

També hi ha un nombre significatiu de comentaris referents a la laboriositat del procés d'introducció i tramesa de les correccions, o al fet que no s'utilitzi programari lliure en aquest procés. Aquesta qüestió serà objecte d'una reflexió més profunda del Departament d'Educació.

La resta d'observacions de tipus genèric no assoleixen un nombre significatiu d'opinions coincidents. Així, per exemple, la idoneïtat de les dates en què es passen les proves és qüestionada per un 8% dels centres que han manifestat opinions, però hi ha una gran disparitat pel que fa a les dates que proposen, que oscil·len entre març i juny.

Quant a aspectes lligats a activitats concretes, les úniques activitats que susciten un nombre significatiu d'opinions crítiques (entorn d'un 9%) són les activitats orals de cicle inicial i mitjà, tant pel que fa a la seva estructura i desenvolupament com pel que fa a la seva adequació a les competències que pretenen avaluar.

---

### III. Orientacions per a la millora (\*)

#### Orientacions per a l'anàlisi dels resultats en els centres

Tant el procés d'anàlisi dels resultats de les proves com les decisions que es prenguin al final del procés, han d'anar orientades al mateix objectiu: aconseguir una millora en l'adquisició de les competències bàsiques avaluades.

En aquest sentit, el procés d'anàlisi de resultats requereix preguntes, davant els resultats obtinguts, com ara: què es pot fer per millorar?, què millorar i per a què?

Aquesta tipologia de preguntes demana una modalitat de treball basada en la reflexió i el diàleg en el si de l'equip docent de centre i s'ha d'abordar no solament des de protocols o tècniques merament quantitatives, sinó que requereix també metodologies qualitatives, és a dir, metodologies orientades a la comprensió dels processos educatius.

Aquí rau la importància del treball reflexiu entre els docents i de les deliberacions i acords compartits, ja sigui sobre el propi treball o sobre les condicions en què es dona.

Aquestes actuacions hauran de conduir cap a una millor comprensió dels problemes i, per tant, a facilitar la presa de decisions orientada a la reelaboració de les pràctiques professionals, si així calgués.

La reflexió de cada mestre, després de passar i corregir les proves, és un primer nivell d'avaluació interna des de la perspectiva individual de cada docent. Aquest és un punt imprescindible sense el qual no es poden fonamentar canvis de més abast.

Però els canvis que s'espera que generin, a partir de l'anàlisi dels resultats de l'avaluació dels alumnes, haurien de situar-se més enllà de l'aula i del mestre, per a implicar-hi el cicle i el claustre.

El fet que les proves s'hagin passat als tres cicles ofereix l'oportunitat de dur a terme un treball de centre a l'hora de valorar-ne els resultats.

Per aquest motiu es considera convenient que un petit grup o comissió, del qual ha de formar part l'equip directiu, s'encarregui de la potenciació i dinamització del procés de reflexió i de presa de decisions.

Aquest petit grup o comissió hauria de fer una primera anàlisi de resultats i preparar-ne la presentació al claustre.

Posteriorment caldria que organitzés el procés de reflexió i discussió en el si dels equips de cicle. Per a fer-ho, hauria de facilitar la informació de manera que ajudés a orientar la reflexió i la presa de decisions tant a nivell transversal dins el cicle com a nivell vertical de centre.

\* Podeu consultar el contingut d'aquest bloc a l'adreça [www.xtec.net/xarxacb/acmipri.htm](http://www.xtec.net/xarxacb/acmipri.htm)

---

## **Els resultats de les proves: com analitzar-los**

Un cop introduïdes les dades de les respostes de l'alumnat en l'aplicació informàtica (full de càlcul Excel) facilitada en la pàgina web [www.gencat.net/educacio](http://www.gencat.net/educacio), es pot obtenir de manera automàtica la informació següent:

- el total de respostes correctes del grup-classe per a cada ítem,
- els resultats per grup classe amb relació a l'assoliment de cada una de les competències bàsiques avaluades (valors absoluts i percentatge d'assoliment),
- els resultats de cada alumne en cada ítem agrupats per competències (valor absolut i percentatge d'assoliment),
- el resum percentual de centre per a cada cicle i el gràfic corresponent,
- el resum percentual de centre i el gràfic corresponent, amb les dades de cada cicle.

En el segon apartat d'aquest document (pàgina 14) hi ha la síntesi de resultats obtinguts per una mostra representativa de centres.

Tota aquesta informació es proposa a fi de facilitar diferents tipus d'anàlisi en el si dels centres.

## **Anàlisi amb els referents interns**

Amb la informació recollida en cada un dels fulls de l'aplicació informàtica, el centre pot analitzar els resultats obtinguts a nivell d'alumne, de cicle i de centre.

Per a començar, es recomana fer una valoració global dels resultats de les proves. Els fulls amb els gràfics poden facilitar aquesta primera anàlisi.

Per a dur a terme aquest tipus d'anàlisi és convenient tenir presents els resultats que es van obtenir en el centre en les proves del cicle mitjà de cursos anteriors, i, en el cas del grup de cicle superior, els resultats d'aquest grup quan van passar les proves de cicle mitjà dos cursos enrere.

A partir d'aquí es poden proposar hipòtesis explicatives del perquè dels resultats. El fet de proposar hipòtesis explicatives és una tasca que comporta comprensió, reflexió i creativitat.

Per a ajudar a formular hipòtesis pot resultar útil:

- Comparar els resultats obtinguts a cicle mitjà en el curs 2004-2005 amb els resultats de les mateixes competències. Observar si hi ha correlacions o discrepàncies i reflexionar sobre el motiu que les pot originar.
- Comparar els resultats del cicle superior amb els resultats que va obtenir el mateix grup quan se li van passar les proves a cicle mitjà. Valorar quina ha estat l'evolució dels resultats i les possibles causes. Considerar quines mesures es van prendre i quins estan sent els resultats.
- Focalitzar l'anàlisi dels resultats d'alguna o algunes de les competències en què enguany s'hagin obtingut resultats no satisfactoris, ja sigui en un cicle o en tots els cicles. Comparar aquests resultats amb els d'aquelles competències on s'han obtingut els resultats més bons, revisar la gestió curricular que se'n fa (insistència amb què es treballen, temporització,



---

tipologia d'activitats que es presenten, metodologia emprada, etc.). Probablement l'anàlisi d'aquestes dades pot aportar pistes a l'hora de prendre les decisions per a millorar l'adquisició d'aquelles competències bàsiques que no hagin estat satisfactòries.

Aquest treball de reflexió hauria de servir, no tan sols per a arribar a acords sobre de quina o quines competències caldria millorar l'adquisició, sinó també, per a sensibilitzar els mestres de la necessitat d'encetar un procés de revisió sobre la gestió curricular d'aquestes competències, a fi d'introduir els canvis necessaris per a obtenir una millora.

Per a facilitar la revisió proposada, caldria veure quins són els continguts que intervenen en l'avaluació de cada una de les competències. En el quadre de la pàgina 144 es relacionen les competències amb els continguts. A continuació es pot revisar amb quines activitats s'avaluen les competències seleccionades. Per a fer-ho, es pot utilitzar el quadre de la pàgina 142, on es relaciona cada competència bàsica amb les activitats que s'han dissenyat per a avaluar-la.

Un cop identificats els continguts i les activitats amb què es mesuren les competències, es proposa:

- constatar si es treballen tots els continguts i de manera suficient,
- reflexionar sobre com treballar els continguts perquè puguin esdevenir elements al servei de l'adquisició de les competències.

En l'apartat "Orientacions per a la millora" d'aquest mateix document, es donen orientacions en aquest sentit.

### **Anàlisi amb els referents externs**

Amb la síntesi de resultats dels centres de la mostra (apartat II, pàg. 14) es poden interpretar els resultats propis amb referència als de la mostra de centres de Catalunya i als resultats del grup de centres de característiques similars. Aquesta anàlisi haurà de servir per a tenir un referent extern que validi o reorienti la valoració que s'ha fet en l'anàlisi interna.

Finalment aquest petit grup o comissió hauria de coordinar la posada en comú i l'elaboració de les propostes a nivell de cicle i centre, que haurien de presentar-se al claustre per a la seva aprovació i s'haurien de recollir en els documents de centre corresponents.

---

## Orientacions per a la presa decisions de millora

Un cop analitzats els resultats obtinguts en les proves del centre i després d'haver-los confrontat amb els referents externs que aporten les dades dels centres de la mostra, cal que s'encetin, dins el marc de l'avaluació interna, processos orientats a aconseguir una millora en l'adquisició de les competències bàsiques.

S'entén per competència **la capacitat d'usar funcionalment els coneixements i habilitats en contextos diferents, i implica comprensió, reflexió i discerniment, tenint en compte la dimensió social de les actuacions**. Per tant, la competència és acció, i és precisament en l'aplicació dels coneixements i les habilitats que una persona podrà demostrar la seva competència.

Per a poder posar en funcionament els coneixements i les habilitats de manera que evidencin competència, serà necessari que aquests coneixements i habilitats s'hagin adquirit també d'una manera determinada. Així, caldrà que s'adquireixin de manera funcional, des de contextos diferents, que hi hagi comprensió en la seva adquisició, reflexió i discerniment per a poder-los aplicar quan calgui i els que calgui. També és necessari tenir en compte la dimensió social de la competència, atès que la seva adquisició es fa juntament amb els altres i s'ha d'exercir tenint en compte els altres.

Els continguts (conceptuals, procedimentals i actitudinals) que hi ha al darrere dels quatre sabers que conformen cada una de les competències (saber, saber fer, saber ser i saber estar) són els continguts definits en el currículum, i el que cal és treballar-los de manera que l'alumne els pugui aplicar, quan calgui, evidenciant ser una persona competent. Per tot això, és important proporcionar a l'alumnat contextos d'aprenentatge adequats, presentant activitats que facilitin l'aprenentatge dels continguts de manera que puguin esdevenir components de la competència que es pretén que adquireixin.

És ben cert que hi ha tipologies d'activitats més adequades que d'altres per a facilitar l'adquisició de les competències, però un dels aspectes clau per a la seva adquisició serà **com** es treballa; així, serà en la metodologia on realment s'orientarà el treball cap a l'adquisició de les competències.

En aquest document s'aporten orientacions per a la reflexió sobre com caldria treballar les matemàtiques per a facilitar l'adquisició de les competències bàsiques.

Tot i que cada competència s'avalua per mitjà de diverses activitats, el treball s'ha focalitzat en l'anàlisi d'una de les activitats de cada una de les competències de les proves del curs 2004-2005 i es donen pautes de com caldria treballar-ne els continguts que s'hi presenten, per tal facilitar l'adquisició de les competències.

S'han seleccionat les activitats amb els criteris següents: activitats amb continguts que es consideren claus, tant per al desenvolupament personal de l'alumne com per a la continuïtat dels aprenentatges, activitats que en les proves d'enguany tenen una continuïtat al llarg dels tres cicles, i, finalment, aquelles activitats que dins de cada competència han obtingut els resultats menys satisfactoris en els centres de la mostra.

Per a cada una de les activitats seleccionades, es presenten exemples de respostes donades pels alumnes que han realitzat la prova, acompanyades de comentaris que mostren que no hi ha una única via per arribar a la solució correcta d'una activitat, de la mateixa manera que una solució incorrecta pot indicar una gran desorientació o simplement una confusió o una manca de precisió. L'anàlisi d'aquestes respostes ens proporciona elements indicadors de les dificultats i dels progressos dels alumnes en els seu procés d'aprenentatge i, per tant, podran servir d'orientació a l'hora de prendre decisions sobre les actuacions que cal dur a terme per millorar-ne els resultats.

Aquests exemples s'acompanyen d'unes orientacions referides tant a aspectes de continguts com de metodologia, que pretenen promoure la reflexió dels mestres de cada cicle. Així mateix, es proposen qüestionaris per a ajudar a promoure el debat i l'adopció de propostes de millora en cada cicle i que posteriorment facilitarà la coordinació entre els tres cicles buscant la cohesió i la coherència a nivell de centre.

### Activitats seleccionades per cicle

Cicle inicial		Cicle mitjà		Cicle superior	
Act. 13: Problema amb els retoladors	M1 M5	Act. 14: Problema: material per a la classe de plàstica	M5	Act. 15: L'excursió a Montserrat	M5
Act. 9: Copiar el dibuix sobre la quadricula	M2	Act. 16: Transformar triangles	M2	Act. 11: Disseny d'una capsa	M2
Act. 2: Situar nombres en la recta numèrica	M1 M7	Act. 9: Situar el curs escolar en la recta del temps	M6	Act. 3: Situar decimals sobre la recta Act. 9: La recta del temps	M6
Act. 3: Càlcul amb temps controlat	M1	Act. 2: Càlcul amb temps controlat	M1	Act. 5.1: Càlcul amb temps controlat Act. 7: Ús de la calculadora	M1 M4
Act. 12: Gràfic del temps	M1 M6	Act. 10: Interpretació de gràfics	M6	Act. 10: Lectura de gràfics: una excursió pel Pirineu	M6

## CICLE INICIAL

### Anàlisi de les proves

De les proves de cicle inicial s'han seleccionat activitats representatives del conjunt de les competències valorades, així com d'aspectes i continguts cabdals de l'activitat matemàtica en aquest cicle, continguts que es consideren clau per al bon desenvolupament de la tasca matemàtica de l'alumne en nivells superiors.

Les activitats triades tenen correspondència directa amb les que s'han seleccionat en els cicles mitjà i superior, per tal de fer palesa la continuïtat del treball de les diverses competències i poder establir el diàleg entre els diferents cicles, tant a l'hora de valorar els resultats de les proves com per a aprofundir en el desenvolupament de l'ensenyament de les matemàtiques al centre.

Activitats seleccionades:

- **Activitat 13:** Problema amb els retoladors (resolució de problemes)
- **Activitat 9:** Copiar el dibuix sobre quadrícula (situació en l'espai)
- **Activitat 2:** Situar nombres en la recta numèrica (representació de nombres)
- **Activitat 3:** Càlcul amb temps controlat (càlcul mental)
- **Activitat 12:** Gràfic del temps (lectura de gràfics)

En cada activitat s'han seleccionat algunes respostes dels alumnes, prou representatives, i se'n comenten els trets més significatius. A partir d'aquests comentaris es van dibuixant les dificultats que es presenten en la resolució, alhora que s'il·lustra el procés d'aprenentatge relacionat amb l'activitat.

Després d'analitzar quin tipus d'errors fan els alumnes, es plantegen cinc qüestionaris per als mestres, relacionats amb els continguts i amb la metodologia de treball a l'aula de cinc grans temes: la recta numèrica, el càlcul, la resolució de determinats problemes, la situació en l'espai i la lectura de gràfics.

La finalitat que persegueixen aquests qüestionaris és guiar la reflexió entorn de l'ensenyament de les matemàtiques a l'aula, una vegada valorats els resultats de les proves. La reflexió sobre les qüestions que es plantegen pot resultar útil per a poder situar concretament quins són els aspectes amb més dificultat a l'hora d'aprendre i d'ensenyar. Un cop situades les dificultats d'aprenentatge, es poden anar aclarint quines són les vies per a poder-les superar.

Així, doncs, els qüestionaris s'adrecen als mestres del cicle perquè els puguin contestar de manera individual, prèviament a la posada en comú amb la resta de mestres del cicle.

Després de cada qüestionari s'apunten unes consideracions generals sobre què ensenyar i com ensenyar cada un dels temes esmentats.

## Problema amb els retoladors

Es relaciona amb les competències següents:

**M5** Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.

**M1** Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

### Activitat 13

A la taula d'en Joan hi havia un pot amb 12 retoladors, que han d'utilitzar per fer un treball.

A l'hora de recollir-los, només n'hi havia 5. Els van buscar i, a terra, n'hi van trobar 3 més.

Quants els en faltaven encara?

Si vols escriure o comptar, pots fer-ho aquí.

#### Resposta 1

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 8 \\ \hline 4 \end{array}$$

Resultat:  retoladors

Aquest exemple mostra una resolució correcta del problema. En aquest cas s'ha fet mentalment l'operació de sumar els retoladors trobats ( $5 + 3$ ) i després s'ha restat el 8 del resultat del 12. Per tant, s'han encadenat dues operacions per resoldre el problema. Hi ha altres estratègies possibles per a aconseguir el mateix resultat, però aquesta és ben vàlida.

#### Resposta 2

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline \end{array}$$

Resultat:  retoladors

#### Resposta 3

$$5 + 3 = 8$$

Resultat:  retoladors

En aquests exemples els resultats no són correctes. Tant en un cas com en l'altre, la dificultat està en fer dues operacions. En el primer cas es comença per descomptar 5 de 12, cosa que és correcta, però per a trobar la solució calia, a continuació, restar 3 de 7, i això ja no s'ha fet.

En el segon cas, l'operació que s'ha fet és la suma de les dues quantitats de retoladors que s'han trobat, 5 i 3, però una vegada obtingut el resultat, calia restar-lo de 12 i, en comptes de fer-ho, s'ha donat el 8 com a resultat definitiu.

#### Resposta 4

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ + 3 \\ \hline 20 \end{array}$$

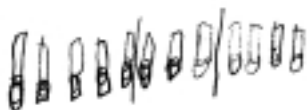
Li faltan 20 retolador

Resultat:  retoladors

Aquí es pot veure un intent de tenir en compte totes les dades del problema, però no s'encerta amb l'operació que cal fer. Aquest resultat demostra que no s'ha reflexionat prou sobre el que s'estava cercant, ja que a l'inici del problema tenien 12 retoladors i, després de perdre'n uns quants, resulta que en tenen 20. Cal que, una vegada obtingut el resultat, els alumnes es plantejgin si és o no raonable.

Es mostren ara alguns problemes resolts correctament a partir d'un dibuix, en comptes de la formulació d'operacions. Si porta a la solució correcta, és tan vàlid un camí com l'altre.

#### Resposta 5



Resultat:  retoladors

#### Resposta 6



Resultat:  retoladors

En el primer cas, després de dibuixar 12 retoladors l'alumne n'ha separat 5 i a continuació 3, i ha comptat els que quedaven.

En el segon, després de dibuixar la capsa amb els 12 retoladors, ha dibuixat el grup de 5 i el de 3, i posteriorment ho ha assenyalat sobre la capsa.

**Resposta 7**



Resultat:  retoladors

**Resposta 8**



Resultat:  retoladors

L'estratègia de dibuixar-ho, però, no assegura el resultat correcte. En aquests nous exemples es pot veure com la dificultat de tenir en compte les dues actuacions que afectaven els resultats en les operacions escrites, és una dificultat que es dona exactament igual si s'expressa amb dibuix. En tots dos casos els alumnes arriben a resultats incorrectes.

En el primer cas, després de dibuixar una capsa de 12 retoladors, se'n dibuixen 8 a part i es dona el 8 com a resultat, en comptes de fer el darrer pas i restar-lo del 12.

En el segon cas, el dibuix és molt més esquemàtic i només es ratllen 5 retoladors, oblidant de ratllar també els altres 3.

**Resposta 9**

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 53 \\ \hline 65 \end{array}$$

Resultat:  retoladors

**Resposta 10**

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 35 \\ \hline 23 \end{array}$$

Resultat:  retoladors

Les dificultats que es presenten en aquests dos gràfics són més importants que les comentades fins ara. En ambdós casos apareix el 12 com a primer terme de l'operació, i s'escriu el signe de sumar.

El que és especialment preocupant és que en comptes de sumar el 5 i el 3 per a fer el segon terme de l'operació, que hauria de ser resta i no pas suma, els alumnes els han posat de costat, de manera que en un cas es compon el 53 i en l'altre el 35.

A continuació, en el primer exemple es fa la suma correctament, però en el segon, malgrat que hi ha indicada una suma, es fa una resta i es descompta el primer terme del segon.

La manca de criteri s'acaba de demostrar per l'acceptació, en ambdós casos, com a bon resultat que faltin més retoladors dels que es tenien al principi.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de la resolució de problemes

### Què implica resoldre un problema

Resoldre un problema és quelcom més que llegir un text que porta inequívocament a fer un càlcul i fer-lo. Resoldre un problema implica pensar en què es demana, i com es pot fer per a saber-ho, fer el que calgui per a trobar-ho i valorar si el resultat obtingut és raonable. El text, doncs, ha d'obrir un camp d'actuació i cal que es respectin diverses maneres d'actuar sense perdre mai de vista quin és el resultat que s'està buscant.

La resolució de problemes és una activitat eminentment competencial: cal que els alumnes comprenguin la situació, pensin quins dels coneixements que tenen els poden servir, i que els utilitzin en funció del resultat que estan cercant.

És important que els problemes que es presenten reuneixin una sèrie de condicions que afavoreixin l'adquisició de la competència quan es treballin. S'ha procurat que el problema que s'ha plantejat en l'activitat 13 sigui orientador respecte al tipus de problemes que cal treballar amb els alumnes:

- és de l'entorn familiar dels nens i nenes d'aquesta edat,
- les quantitats que presenta són imaginables amb facilitat,
- és un problema que es pot resoldre de maneres diverses combinant sumes i restes,
- el text no marca l'ordre amb què cal fer les operacions,
- hi ha més d'una operació implicada en la resolució,
- i es convida a representar el procés de resolució seguit.

### Com es pot ensenyar a resoldre problemes

Per a resoldre correctament els problemes, els nens i nenes han de tenir autonomia. Autonomia per a pensar solucions sense por d'equivocar-se i sense por que ningú els digui que ho han fet malament. Els alumnes han de tenir confiança per a provar el que els sembli que els pot portar a la solució i el convenciment que si no l'encerten se'ls ajudarà a reconduir-ho a partir del camí que ells han iniciat.

Tot sovint l'única manera que es té de conèixer com han resolt un problema i per tant de saber quina estratègia han fet servir passa per demanar-los que representin el que estan fent, o bé que ho expliquin.

Si s'anima els alumnes a "representar" el que han fet, ja sigui dibuixant, parlant, escrivint operacions, fent esquemes, etc., se'ls ajuda a ser més conscients del que fan i alhora s'aconsegueix tenir informació per a ajudar-los a portar la seva estratègia a bon terme.



Sovint s'espera que els alumnes resolguin el problema tal com el mestre té previst, és a dir, emprant una suma o una resta, o bé combinant una suma amb una resta, etc. Els exemples que s'han vist en l'activitat 13 deixen ben clar que hi ha múltiples maneres "correctes" de trobar el resultat i que ni tan sols totes passen per fer operacions.

Quan hi ha algun alumne que no aconsegueix trobar el resultat, s'hauria de partir del seu raonament per a ajudar-lo. Per exemple, amb els alumnes que només han resolt una part del problema, no s'ha d'ajudar igual aquell que ha descomptat una de les quantitats de retoladors i ha oblidat restar l'altra, d'aquell altre que ha sumat les dues quantitats de retoladors i després no l'ha restat del nombre total. Només si hi ha alguna representació i si es demana al nen que expliqui què ha fet, es podrà ajudar a seguir el fil del raonament que ell ha iniciat per acabar-lo.

Validar el resultat és una qüestió clau en la resolució de problemes; cal que s'acostumin a pensar si el resultat que han obtingut és raonable en comptes d'esperar el veredict del mestre.

La matemàtica té mecanismes per a l'autocorrecció que s'ha de fomentar que utilitzin. Aturar-se a pensar: com pot ser que ara faltin 20 retoladors, si a l'inici del problema en tenien 12, dels quals a l'hora de recollir-los només n'hi havia 5, després n'hem trobat 3 més, i estem buscant quants en falten encara, és absolutament imprescindible. No cal que es doni la solució, només cal posar de manifest la contradicció i deixar que pensin on s'han equivocat. D'aquesta manera s'acostumaran a comprovar si les dades que tenien del problema lliguen amb el resultat que han obtingut en comptes d'esperar sempre que els diguin si ho han fet o no correctament.

Treballar en grup a l'hora de fer problemes és molt positiu, ja que obliga a parlar, a explicar als altres com s'ha pensat que es pot resoldre i, alhora, ajuda a desenvolupar la pròpia autonomia adquirint seguretat en defensar les pròpies conviccions. No cal que el grup sigui gaire nombrós, sovint amb grups de tres o fins i tot en parelles es pot establir un diàleg fluid.

### **Sobre la resolució de problemes**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es realitza amb els alumnes sobre la resolució de problemes,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar la resolució de problemes en el centre.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

## Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es proposen problemes de l'entorn quotidià del nen.				
2. Es proposen problemes en què cal més d'una operació per a trobar la solució.				
3. Es proposen problemes en què el text no marqui l'ordre de resolució.				
4. Es proposen problemes oberts, sense predisposar a una determinada estratègia de resolució.				
5. Es proposen preguntes sobre la situació que presenta el problema per a assegurar-ne la comprensió.				
6. S'encoratja els alumnes a fer-se preguntes sobre la situació problemàtica perquè de manera autònoma arribin a una interpretació pròpia.				
7. S'anima els alumnes a representar, ja sigui dibuixant, fent esquemes, amb nombres, operacions, etc. per a resoldre el problema.				
8. S'anima els alumnes a dir com resoldrien un problema i a provar-ho, encara que la solució no sembli la més adequada.				
9. Es demana als alumnes que expliquin com han arribat al resultat.				
10. S'afavoreix l'expressió de solucions no típiques.				
11. S'exposen diverses solucions del mateix problema i es discuteixen.				
12. Es fa reflexionar sobre la validesa o no del resultat obtingut.				
13. Es fomenta la resolució dels problemes en grup.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i es podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

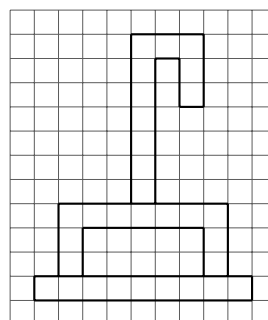
## Copiar el dibuix sobre quadrícula

Es relaciona amb la competència següent:

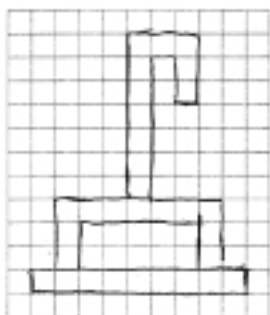
**M2** Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.

### Activitat 9

Copia aquest dibuix en el quadre buit.  
Fixat-t'hi bé i, si cal, compta els quadrets.

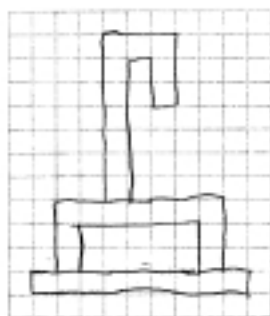


### Resposta 1

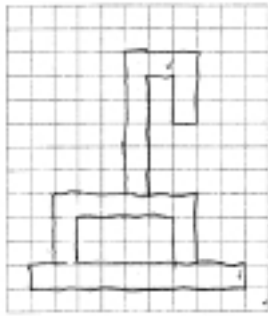


En aquest exemple de resolució, la còpia del dibuix és correcta: respecta totes les característiques de l'original, s'ha tingut en compte la distància entre les línies i el marge del paper, i s'ha reproduït exactament la resta de formes.

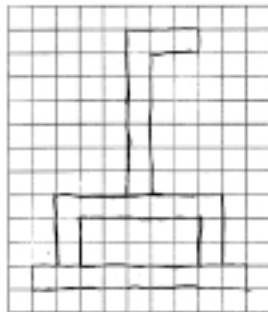
### Resposta 2



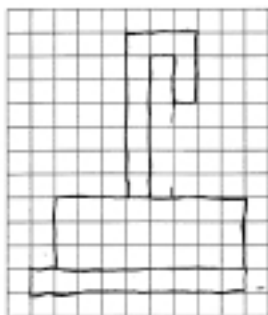
En aquest cas la barra vertical que s'acaba amb una forma que sembla un ganxo està desplaçada a l'esquerra. En comptes de sortir del centre de la base, surt un quadre més a l'esquerra.

**Resposta 3**

En aquesta resolució es pot veure que la forma que fa de base i s'assembla a un pont s'acaba a tres quadres del marge en comptes de fer-ho a dos com en l'original. A més, la barra vertical és un quadre més avall que la del model.

**Resposta 4**

En aquest exemple, la barra vertical s'acaba amb una barra petita en horitzontal, en comptes d'acabar en forma de ganxo com fa la del model baixant dos quadres més.

**Resposta 5**

Aquest exemple mostra deficiències en la còpia del pont que fa de base. En primer lloc, només és fet amb una línia en comptes de tenir el gruix d'un quadre, com en l'original. A més, arriba fins a un quadre del marge dret en comptes d'acabar a dos quadres com caldria. Les dificultats que mostra són més importants que les vistes fins ara.

## Algunes consideracions sobre les activitats de situació en l'espai

La geometria tracta del coneixement de l'espai, però la situació en l'espai és un tema transversal, que supera àmpliament l'àrea de matemàtiques i té incidència en la majoria dels aprenentatges d'aquesta edat. Per tant, és molt important treballar-ho des de diverses àrees.

A cicle inicial és bàsic que els alumnes puguin indicar amb claredat què tenen davant, darrere, a un costat o a l'altre o en quina direcció s'estan desplaçant. Ho és també que no sempre siguin ells el punt de referència, sinó que puguin prendre de referència un altre objecte i dir, per exemple, "el calendari és al costat de la finestra".

Cal que, en general, s'aprofitin totes les ocasions possibles per a fer que els nens i nenes indiquin la situació d'algun objecte parlant, i fent servir paraules que expressin localització, per exemple: "és damunt del banc i està si fa o no fa cap al mig".

Semblantment, cal acostumar-los a explicar recorreguts fets en espais coneguts i animar-los a fer servir punts de referència que els altres nens puguin entendre, per exemple: "sortint de l'escola hem anat cap a la plaça i en arribar al semàfor hem girat a la dreta".

Per resoldre l'activitat 9 de les proves, cal posar en joc un seguit de coneixements i ajustar-los per tal d'aconseguir la reproducció correcta de la forma del model. Exigeix, per exemple, que els alumnes prenguin punts de referència i comptin a quants quadrets del marge han de començar, a quants cal acabar, que decideixin si la línia és horitzontal o vertical, o com està situada una part de la figura amb relació a la resta. És, doncs, una activitat que demana un cert grau de competència en situació en l'espai.

Activitats com aquesta, també es poden fer en volum, per exemple, fer una casa amb construccions seguint un model donat. En geometria és aconsellable, sempre que es pugui, presentar activitats manipulatives, la representació és un pas que cal fer després d'haver fet les coses realment; per això és molt recomanable fer activitats d'aquesta mena amb construccions.

Hi ha altres activitats de la prova que tracten de la situació a l'espai: la prova oral, el problema de l'activitat 5 i l'activitat 14.

Es tracta, doncs, d'aconseguir que els alumnes sàpiguen situar elements en l'espai i puguin fer-se'n una representació mental. Sobre aquesta base es pot continuar aprenent geometria, sense aquestes premisses difícilment es podrà avançar gaire més.

## Sobre les activitats de situació en l'espai

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es fa amb els alumnes sobre situació en l'espai,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar la situació en l'espai.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle per tal d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es proposa referir-se a un objecte, i, en comptes d'assenyalar-lo, indicar-ne la localització verbalment.				
2. Es proposa plantejar situacions en les quals uns nens hagin d'indicar la localització d'objectes i uns altres hagin d'interpretar-ho.				
3. Es proposa fer construccions seguint un model i ajustant-s'hi al màxim.				
4. Es proposa copiar un dibuix demanant la màxima precisió en la còpia.				
5. Es fa dictat de formes sobre paper de quadrícula.				
6. Es proposa als alumnes que siguin ells mateixos els qui facin la correcció perquè s'adonin d'on s'han equivocat, en situacions de còpia o de dictat de formes.				
7. Es proposa que dibuixin espais coneguts, com ara la classe, respectant la localització dels elements principals.				
8. Es treballa la situació en l'espai en contextos no matemàtics: plàstica, educació física, llengua, etc.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i es podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com i quan cal aplicar-les?
- com s'avaluaran?

## Situar nombres en la recta numèrica

Es relaciona amb les competències següents:

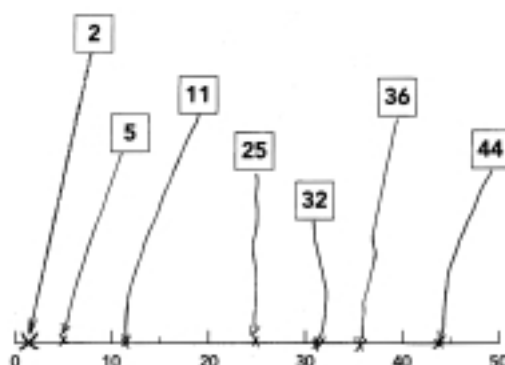
**M1** Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

**M7** Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificar temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.

### Activitat 2

Fixa't en l'exemple del número 2 i senyala amb una fletxa i una X el lloc que correspon a cada número.

#### Resposta 1

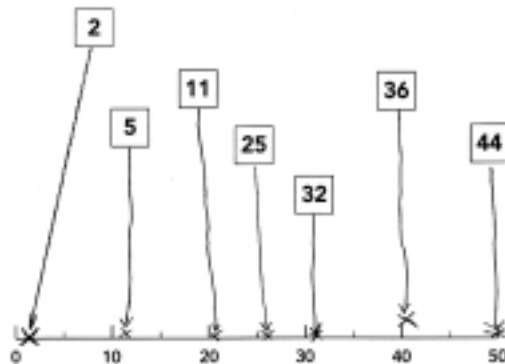


Aquest gràfic mostra l'activitat resolta correctament.

Per a fer-la, l'alumne ha hagut d'observar que a sobre de la recta hi ha unes línies verticals marcades, amb un nombre escrit a sota, que sempre corresponen a la desena exacta, i ha hagut de deduir que les marques que hi ha entre dos nombres representen la meitat de la desena. En aquest cas, doncs, hi ha marcats els nombres 5, 15, 25, 35 i 45.

Prenent aquestes fites com a referència, l'alumne ha col·locat el 5 sobre la marca que li correspon, l'11 aproximadament a una cinquena part de la distància entre el 10 i el 15, el 25 sobre la marca corresponent, el 32 més o menys a dues cinquenes parts de la distància entre 30 i 35, el 36 a una cinquena part de la distància entre 35 i 40. El 44 es podia "veure" partint del 40 o descomptant-lo del 45.

Es pot observar també que l'alumne ha comprès perfectament el que es demanava en el text: ha traçat línies acabades amb una fletxa per a situar aproximadament cada nombre i ha marcat el lloc amb una X.

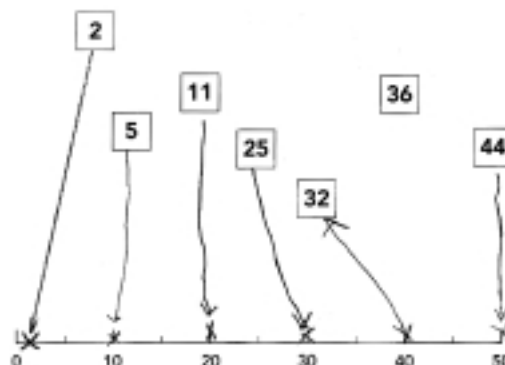
**Resposta 2**

En aquest cas és ben clar que l'alumne no ha fet una lectura correcta del que representa una recta numèrica. Simplement ha traçat línies verticals acabades en fletxa per a portar els nombres sobre la recta, però sense tenir en compte en cap moment els nombres indicadors que hi ha en la recta.

Hi ha, doncs, una dificultat per a fer servir aquest tipus de representació dels nombres.

En aquest cas la resolució de l'activitat no aporta dades per a saber si també hi ha alguna dificultat en la comprensió dels nombres. Per a esbrinar-ho, es pot comprovar com s'ha resolt, per exemple, l'activitat 1, per a veure si es valora correctament el nombre més gran de cada parella, i l'activitat 10, on cal completar els nombres que falten.

Si aquestes activitats s'han resolt correctament, és probable que la dificultat estigui en la comprensió del funcionament de la recta o en el fet de tenir poca seguretat per a situar-se en el context de l'activitat i deduir-ne el funcionament.

**Resposta 3**

En aquest cas l'alumne ha adjudicat un nombre a cada una de les fites indicades amb nombres que hi ha en la recta, sense ni tan sols valorar la grandària dels nombres. Així, per exemple, s'adjudica el 5 sobre l'indicador del 10, l'11 sobre el del 20, etc.

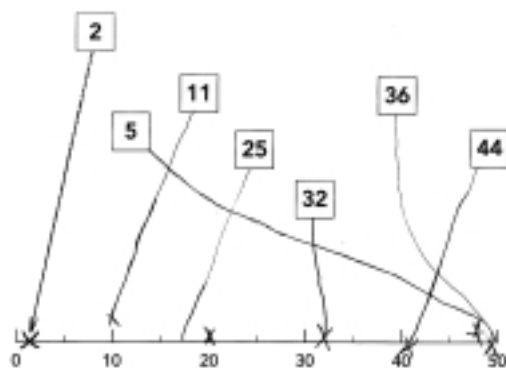
En el darrer tram, el 32 s'adjudica al 40 i el 44 al 50 probablement perquè hi queda més a prop. El 36 queda sense adjudicar, segurament perquè no hi ha més indicadors.



Igual que en l'exemple anterior, hi ha dificultat per a interpretar aquest tipus de representació dels nombres i es fa una resolució molt mecànica i poc reflexiva de l'activitat.

És important comprovar com l'alumne ha resolt les activitats 1 i 10 per a veure fins a quin punt el problema és només d'interpretació de la recta o hi ha també altres dificultats.

**Resposta 4**



En aquest cas la dificultat no sembla que sigui només el desconeixement de la representació sobre la recta, sinó el dels nombres i de la quantitat que representen.

Es pot veure clarament com es porta el 5 al lloc del 50 (potser confonent-los), també es veu com se situa el 25 abans del 20 i com es considera el 36 més gran que el 44.

La desorientació que mostra aquesta resposta és molt gran; davant d'una situació com aquesta s'imposa comprovar més a fons quin és el nivell de coneixement dels nombres que té l'alumne, tant amb les altres activitats de la prova com, si cal, presentant-li altres tipus d'activitats més manipulatives.

## Algunes consideracions sobre la recta numèrica i el procés d'aprenentatge dels nombres

### Situar nombres en la recta

Per a resoldre aquesta activitat –situar nombres en la recta numèrica–, els alumnes han de mostrar la seva competència numèrica i han de recórrer a coneixements diversos. Cal, entre altres coses, que coneguin els nombres i la magnitud que representen, que els sàpiguen comparar, que tinguin una imatge de la sèrie numèrica organitzada en unitats i desenes i que coneguin la situació estratègica del 5 en aquesta organització, que sàpiguen aproximar, etc.; en definitiva, es podria dir que han de tenir els nombres ben “construïts”.

També han de reconèixer que aquests coneixements els poden ser útils i els han de combinar per ajustar-se a la demanda que se'ls fa; així, els cal:

- deduir els nombres situats entre les dues desenes i que estan representats únicament per una marca,
- imaginar els nombres que estan entre els indicats,
- deduir la distància relativa que tindran cada un dels nombres que han de col·locar dels nombres identificats, i representar aproximadament aquesta distància sobre la recta.

Cal, doncs, que siguin capaços d'usar el coneixement que tenen i de teixir diverses relacions per a arribar a un objectiu.

### Com treballar-ho

Difícilment s'aprèn espontàniament a treballar tal com s'ha descrit, se n'ha d'ensenyar. Les situacions de treball col·lectiu, com ara proposar de situar nombres en la recta de manera col·lectiva, són una oportunitat per a mostrar camins per a resoldre tasques que aniran ajudant els alumnes a ser cada vegada més competents.

No es tracta que el mestre faci una demostració, sinó que plantegi la situació i faci intervenir els alumnes proposant solucions, explicant per què les proposen, opinant sobre les solucions que han donat els altres, defensant la que creuen més adient, etc.

L'actuació del mestre ha d'anar encaminada a:

- promoure la participació de tots els alumnes,
- respectar les diverses solucions i, en comptes de ser ell qui les estima o desestima, posar-les a debat del grup i conduir les intervencions,
- fomentar l'autonomia dels alumnes i animar-los a defensar el propi punt de vista i a expressar les raons que els han portat a una solució,
- fer present l'objectiu que guia l'activitat quan calgui.

El plantejament de l'activitat col·lectiva ha de ser el més dinàmic possible, i el mestre ha de tenir clar el grau de dificultat que pot proposar.

A classe es pot treballar la recta numèrica amb una corda lligada a banda i banda de la pissarra i uns nombres escrits sobre cartonets que tinguin una agulla d'estendre enganxada al darrere. El mestre pot situar, a la corda, els nombres que consideri convenient: totes les desenes, només l'inici i el final, el nombre inicial i el del mig, etc. i donar a cada nen o nena el cartonet amb el nombre que vulgui que col·loqui. Un cop l'alumne l'ha situat, cal formular preguntes perquè justifiqui la seva opció, verbalitzi el seu raonament, encetar la discussió en el grup per a valorar les diferents opcions, etc.

Amb un material com aquest es pot treballar la recta numèrica des de l'educació infantil per a aconseguir que els nombres fins al 9 ja s'aprenquin també ordenats sobre la recta.

És important treballar la recta numèrica, ja que en la vida quotidiana hi ha nombroses situacions en què el fet de situar nombres en la recta és útil; per exemple, quan per alguna raó no es pot veure un nombre però hi ha una regularitat que permet deduir-lo, algunes d'aquestes situacions es mostren a l'activitat 10, on cal completar el nombre que falta al calendari, al rellotge, al regle o a la numeració de les cases en un carrer.

A part de conèixer que la recta numèrica té utilitat en la vida diària, també és important treballar-la pel fet que també és una manera d'aprendre els nombres. Representar els nombres és una manera d'ajudar a aprendre'ls.

### **Altres maneres d'aprendre i representar els nombres**

L'ús de material manipulable és imprescindible per a assegurar una bona representació mental dels nombres. Representar amb materials, pedres, fitxes, pals, etc., i agrupar-los de deu en deu en pots, capses, bosses... a fi de representar les desenes, que alhora es tornen a agrupar de deu en deu en pots, capses o bosses més grans per a les centenes... ajuda els alumnes a anar elaborant una imatge mental dels nombres on les desenes són més grans que les unitats i més petites que les centenes.

Els materials multibase són una manera més estructurada de fer el mateix; en ambdós casos s'intenta que tinguin una idea de la magnitud que representa cada nombre.

Representar els nombres en una taula, com la que es presenta en l'activitat 4 per exemple, proporciona una imatge de com es componen els nombres; en aquest cas es pot observar fàcilment com cada un dels nombres està compost per: la desena que hi ha en l'eix horitzontal i la unitat que hi ha en l'eix vertical, la repetició ordenada d'aquestes primeres sèries ajuda a comprendre la mecànica del funcionament de la numeració. En l'activitat que es proposa en la prova es busca l'agilitat en l'ús d'aquesta taula.

Treballar la representació dels nombres:

- amb materials o amb els blocs multibase,
- sobre el quadre d'unitats i desenes,
- i sobre la recta numèrica,

ajuda a proporcionar una comprensió més completa i global dels nombres.

## Sobre el treball amb la recta numèrica

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es porta a terme amb els alumnes per a l'aprenentatge dels nombres i la seva representació en la recta numèrica,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge dels nombres en el centre.

Es recomana començar responnent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Representar els nombres amb materials, pedres, fitxes, pals, etc.				
2. Agrupar de deu en deu els materials en pots, capsos, bosses, etc. i aquests en pots, capsos, bosses més grans per a representar les centenes.				
3. Representar els nombres amb materials multibase i taules.				
4. Representar nombres sobre la recta numèrica.				
5. Deduir nombres en una recta on només n'hi ha alguns d'indicats, com per exemple les desenes.				
6. Deduir els nombres que representen els punts intermedis d'una recta que només té indicat l'inici i el final. Exemple: 0 _ _ _ _ _ 50				
7. Situar nombres en una recta decidint la posició de cada un respecte dels altres ja col·locats.				
8. Ordenar nombres.				
9. Fer sèries de nombres.				
10. Aproximar nombres al més proper acabat en 0 o 5.				
11. Plantejar situacions com, per exemple, "completar una recta numèrica" per fer en grup.				
12. Dirigir l'activitat del grup fent que els alumnes vagin participant, opinant i corregint.				
13. Demanar als alumnes que pensin què han fet per a donar una solució i que ho expliquin.				
14. Assegurar que tothom participi en la resolució d'una tasca de grup.				
15. Proposar també l'activitat de manera individual.				

Un cop estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a l'aula?
- quines no es treballen prou i es podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com i quan cal aplicar-les?
- com s'avaluaran?

## Càlcul amb temps controlat

Es relaciona amb la competència següent:

**M1** Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

### Activitat 3

Completa aquestes sumes i restes.

#### Resposta 1

$$\begin{array}{l} \text{a.} \quad 3 + \boxed{7} = 10 \\ \quad \boxed{2} + 8 = 10 \\ \quad 6 + \boxed{4} = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c.} \quad 12 - \boxed{2} = 10 \\ \quad \boxed{18} - 8 = 10 \\ \quad 15 - \boxed{5} = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b.} \quad 4 + \boxed{4} = 8 \\ \quad 3 + \boxed{3} = 6 \\ \quad \boxed{5} + 5 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d.} \quad \boxed{5} - 2 = 3 \\ \quad 8 - \boxed{3} = 5 \\ \quad 9 - \boxed{1} = 8 \end{array}$$

Aquest és un exemple d'activitat resolta correctament.

Per a fer-la, l'alumne ha hagut d'interpretar si es tracta d'una suma o d'una resta, i trobar el terme que falta per a aconseguir el resultat correcte.

En aquest cas, el fet que s'alterni el terme que cal cercar, que en uns casos és el primer i en altres el segon, no ha portat a cometre errades.

#### Resposta 2

$$\begin{array}{l} \text{a.} \quad 3 + \boxed{7} = 10 \\ \quad \boxed{2} + 8 = 10 \\ \quad 6 + \boxed{4} = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c.} \quad 12 - \boxed{2} = 10 \\ \quad \boxed{\phantom{00}} - 8 = 10 \\ \quad 15 - \boxed{5} = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b.} \quad 4 + \boxed{4} = 8 \\ \quad 3 + \boxed{3} = 6 \\ \quad \boxed{5} + 5 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d.} \quad \boxed{\phantom{00}} - 2 = 3 \\ \quad 8 - \boxed{3} = 5 \\ \quad 9 - \boxed{1} = 8 \end{array}$$

En aquest cas, tot i que la majoria de les respostes són correctes, no s'han resolt aquelles restes en què es preguntava pel primer terme de l'operació, és a dir, el minuend.

Quan falta el primer terme de l'operació, la dificultat és superior a quan falta el segon. En aquest cas, aquesta dificultat s'ha pogut vèncer quan es tracta d'una suma, però no si es tracta d'una resta.

**Resposta 3**

<p>a. <math>3 + \boxed{7} = 10</math>  <math>\boxed{2} + 8 = 10</math>  <math>6 + \boxed{4} = 10</math></p>	<p>c. <math>12 - \boxed{2} = 10</math>  <math>\boxed{9} - 8 = 10</math>  <math>15 - \boxed{5} = 10</math></p>
<p>b. <math>4 + \boxed{4} = 8</math>  <math>3 + \boxed{3} = 6</math>  <math>\boxed{5} + 5 = 10</math></p>	<p>d. <math>\boxed{1} - 2 = 3</math>  <math>8 - \boxed{2} = 5</math>  <math>9 - \boxed{1} = 8</math></p>

La dificultat que s'observa en aquest exemple és semblant a la comentada en l'exemple anterior. En aquest cas, però, en comptes de deixar en blanc la resta en què falta el minuend, s'ha intentat resoldre i s'ha donat una solució incorrecta.

**Resposta 4**

<p>a. <math>3 + \boxed{13} = 10</math>  <math>\boxed{18} + 8 = 10</math>  <math>6 + \boxed{16} = 10</math></p>	<p>c. <math>12 - \boxed{22} = 10</math>  <math>\boxed{18} - 8 = 10</math>  <math>15 - \boxed{25} = 10</math></p>
<p>b. <math>4 + \boxed{12} = 8</math>  <math>3 + \boxed{9} = 6</math>  <math>\boxed{14} + 5 = 10</math></p>	<p>d. <math>\boxed{5} - 2 = 3</math>  <math>8 - \boxed{13} = 5</math>  <math>9 - \boxed{17} = 8</math></p>

Aquesta resolució mostra dificultats importants. No es respecta l'ordre dels termes de l'operació ni es té en compte si es demana de sumar o de restar.

Simplement es parteix dels dos termes donats en cada una de les operacions, i tant si es tracta de sumes com de restes, en tots els casos se sumen i s'escriu el resultat en la casella buida.

La dificultat per a comprendre i resoldre operacions tan bàsiques com les que es proposen aquí, demana una actuació per a resoldre-ho abans que comporti repercussions més endavant.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge del càlcul mental

### El suport al càlcul mental

Per a poder fer càlcul mental, cal que s'hagi fet càlcul amb objectes, amb els dits, amb pedretes, amb llapis, etc., a fi que serveixi de base a l'hora d'imaginar allò que s'ha de calcular mentalment.

A l'educació infantil cal que s'hagi treballat molt amb els dits de les mans per a sistematitzar les descomposicions del 10, o per a aconseguir descomposicions diverses d'un nombre representant-lo amb els dits de les mans, o per a automatitzar la percepció dels nombres més grans que 5 representant-los amb tots els dits d'una mà i alguns de l'altra.

El fet que l'alumnat tingui un bon coneixement de la sèrie numèrica i de la seva representació amb material, en taules o sobre la recta, etc. representa una gran ajuda per al càlcul mental, ja que facilita les imatges que li poden donar suport.

### El càlcul mental

El càlcul s'ha de treballar a diferents nivells; el càlcul mental és el que permet trobar resultats exactes o aproximats imaginant les quantitats i operacions.

És important aconseguir que es facin servir estratègies diverses i se superi el càlcul comptant els elements un per un; per aquest motiu cal establir un límit al temps que es dóna per a aconseguir el resultat.

Són nombroses les situacions quotidianes que exigeixen fer un càlcul ràpid per a trobar un resultat unes vegades exacte i altres –sobretot quan els nombres són més grans– simplement aproximat.

La base del càlcul mental són els nombres petits, els d'una sola xifra. Si es domina el càlcul amb els nombres d'una xifra, després és podrà generalitzar a nombres més grans.

Un bon domini de les descomposicions del 10 i dels nombres més petits de 10 serveix de base a totes les operacions de càlcul amb nombres més grans; per això cal assegurar-ho.

El càlcul mental és una activitat fonamentalment individual; la competència en aquest tipus de càlcul passa per tenir agilitat per a fer servir tot allò que es coneix dels nombres i del càlcul a fi de trobar un resultat i tenir prou autonomia per a fer-ho.

### Com treballar-lo

El càlcul mental exigeix comprensió, però també necessita molta pràctica. La regularitat i una bona programació són fonamentals per a progressar en aquest aprenentatge.

Quan es tracta de càlcul mental, cada individu fa servir les estratègies que més li convenen. Estratègies moltes vegades no gaire convencionals, que sovint els nens i nenes viuen com una transgressió: s'ha de fer aflorar i fer-ho veure com quelcom positiu que es pot compartir amb els altres, a fi de tenir cada vegada més recursos afegint als propis els que altres puguin "ensenyar".

En el càlcul mental es fan servir estratègies diverses basades en compensacions, en distribucions espacials dels nombres, en descomposicions, etc. És important fomentar l'ús d'aquesta mena d'estratègies que proporcionen un bon coneixement dels nombres i alhora serveixen per a aconseguir resultats ràpids. En les sessions de càlcul mental cal combinar la resposta ràpida i individual amb l'explicació de com s'ha procedit per aconseguir amb rapidesa un determinat resultat.

Explicar l'estratègia que s'ha seguit serveix a qui ho explica, per a prendre consciència d'una cosa que segurament ha fet d'una manera poc conscient, i serveix als qui ho escolten per a aprendre maneres de fer càlculs que probablement són diferents a les que han fet servir. Amb sessions com aquesta s'amplia el repertori personal de camins que es poden utilitzar per a trobar un resultat augmentant l'eficàcia del càlcul.

És important que el mestre:

- vetlli per assegurar-se que realment es fa càlcul mental i no es compta d'un en un,
- fomenti la verbalització de les estratègies seguides a fi de fer-les conscients i compartir-les amb els altres,
- intervingui per fomentar l'autonomia de cada alumne en les seves estratègies de resolució.

### **Sobre el treball de càlcul amb temps controlat**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes per a potenciar el càlcul mental,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-lo,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir el càlcul mental en el centre.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.



## Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es treballa el càlcul amb suport de material: pedres, boles, dits, etc.				
2. Es descompon el mateix nombre de diverses maneres.				
3. Es descompon el nombre 10 de manera preferent.				
4. Es proposa completar operacions en què falti un dels termes, com ara: ? + 3 = 5 o bé 2 + ? = 5				
5. Es fan sessions de càlcul mental amb regularitat.				
6. Se segueix una programació de càlcul mental que garanteixi la coherència i la progressió de dificultats.				
7. Es fan sessions de càlcul mental fomentant que s'imaginin les quantitats.				
8. Es demanen respostes ràpides en les sessions de càlcul mental, és a dir, que no permetin trobar el resultat comptant d'un en un.				
9. Es demana als alumnes que expliquin i comparteixin amb els altres les estratègies que han seguit per a arribar a un resultat.				
10. Es potencia que cada alumne utilitzi les estratègies que li vagin més bé, sempre que li permetin de trobar un resultat amb rapidesa.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i es podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com i quan cal aplicar-les?
- com s'avaluaran?

## Gràfic del temps

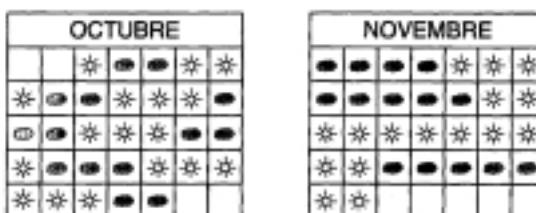
Es relaciona amb les competències següents:

**M6** Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.

**M1** Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

### Activitat 12

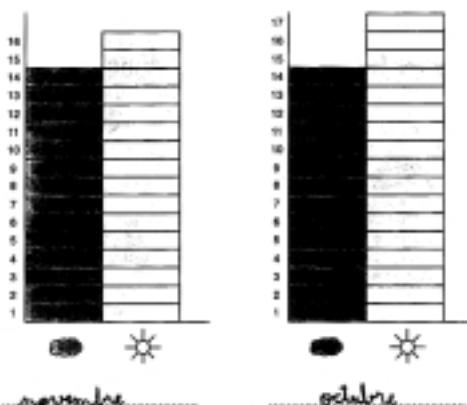
Observa aquests fulls del calendari en què hi ha representats els dies de sol i de núvol de cada mes.



**1** De quin mes és cada un dels gràfics? Escriu el nom del mes a sota.

### Resposta 1

**1** De quin mes és cada un dels gràfics? Escriu el nom del mes a sota.



**2** Quin mes va fer més dies de sol?

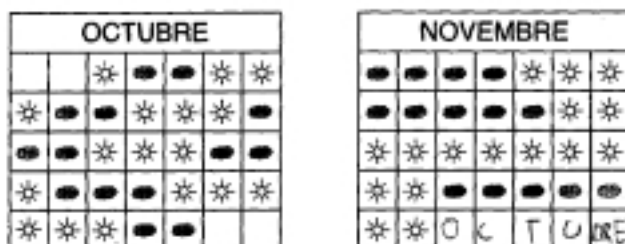
octubre

Aquest és un exemple d'activitat resolta correctament.

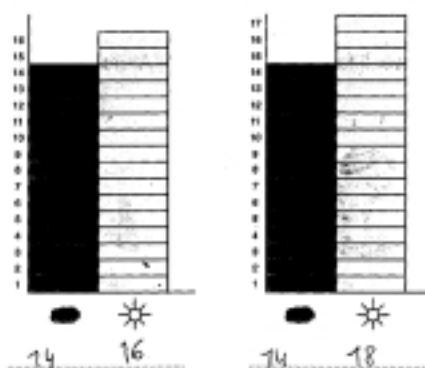
Per a saber a quin mes correspon cada un dels gràfics, cal comptar els dies que ha fet sol i núvol en cada un dels mesos. Si l'alumnat ha observat bé el gràfic, haurà vist que el nombre de dies que ha estat núvol coincideix en els dos mesos, i, per tant, ja n'hi ha prou comptant els dies de sol.

Es tracta de veure que el mes d'octubre té 17 dies de sol i el de novembre només 16 i de reconèixer com a equivalents la representació en el gràfic i en els dibuixos sobre el full del calendari.

**Resposta 2**



**1** De quin mes és cada un dels gràfics? Escriu el nom del mes a sota.



**2** Quin mes va fer més dies de sol?

En aquest exemple es pot veure una resposta incorrecta. En primer lloc, hi ha escrita la paraula *octubre* en el full de calendari del novembre. A més, en el lloc on s'havia d'escriure el nom del mes que representava cada gràfic, s'hi ha escrit el nombre de dies de núvol i de sol, amb una errada en el segon gràfic, ja que es compten 18 dies de sol quan n'hi ha 17.

En aquest cas, l'alumne no reconeix el gràfic i el full de calendari amb dibuixos com dues maneres de representar el mateix, és a dir, el temps que ha fet durant els mesos d'octubre i novembre.

## Algunes consideracions sobre l'activitat de lectura de gràfics

Resoldre aquesta activitat requereix una gestió força complexa del coneixement. El grau de complexitat de la tasca és un dels elements que gradua la competència, i aquesta activitat es pot considerar de les més complexes de la prova.

El fet que els fulls de calendari i els registres del temps siguin molt habituals a les escoles, fa que els alumnes emprenguin aquesta feina amb confiança i que en aquest tema es pugui anar una mica més enllà del que es podria fer si els gràfics es referissin a un tema que per a ells fos més desconegut.

Parlant sobre com ho han fet per resoldre aquesta activitat, es podrien veure estratègies de resolució diferent, que el que queda escrit en el paper no permet veure.

Alguns alumnes s'hauran adonat que els dies de núvols coincideixen i, per tant, el que calia comptar eren els dies de sol, també n'hi haurà que s'hauran adonat que és més fàcil comptar els dies de sol del mes de novembre que els d'octubre, per la distribució espacial que tenen, i, fins i tot, pot ser que algú ho hagi resolt sense comptar, veient simplement que amb els mateixos dies de sol, hi ha un mes que té setze dies de núvols i l'altre disset i deduint que correspondran amb el mes de 30 dies i el de 31, és a dir, novembre i octubre.

És important que es treballin gràfics diversos i que es dediqui temps a la interpretació. Fer i interpretar un gràfic no pot ser feina d'un dia, cal tenir-ho present, comentar-ho, afegir-hi elements que ajudin a fer que la interpretació sigui molt evident, etc.

Els alumnes han de captar la informació d'un gràfic al més ràpidament possible. Si per exemple es fa pintar la columna que representa els dies de sol de color groc i la que representa els núvols de color blau, s'ajuda a fer més intel·ligible la informació que es dona.

### Sobre l'activitat de lectura de gràfics

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es fa amb els alumnes sobre lectura de gràfics,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar la lectura de gràfics.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle per a arribar a acords de millora.

## Qüestionari

A classe es proposa als alumnes la realització d'activitats com...	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Registrar fets de manera sistemàtica: el temps, l'alçada, el creixement d'una planta, etc.				
2. Representar la informació en gràfics.				
3. Interpretar gràfics que prèviament hagin fet.				
4. Demanar que verbalitzin les seves interpretacions i que justifiquin les respostes.				
5. Treballar la interpretació de gràfics en grups.				
6. Utilitzar els gràfics en situacions interdisciplinàries: per a registrar resultats de votacions, per a indicar el nombre de síl·labes de paraules, etc.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i caldria incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## CICLE MITJÀ

### Anàlisi de les proves

De les proves de cicle mitjà s'han seleccionat activitats representatives del conjunt de les competències valorades, així com d'aspectes i continguts cabdals de l'activitat matemàtica en aquest cicle, continguts que es consideren clau per al bon desenvolupament de la tasca matemàtica de l'alumne en nivells superiors.

Les activitats triades tenen correspondència directa amb les que s'han seleccionat en els cicles inicial i superior, per tal de fer palesa la continuïtat del treball de les diverses competències i poder establir el diàleg entre els diferents cicles, tant a l'hora de valorar els resultats de les proves com per a aprofundir en el desenvolupament de l'ensenyament de les matemàtiques al centre.

Aquestes activitats també es poden relacionar amb les que es van treballar en edicions anteriors de les proves d'avaluació de les competències bàsiques al cicle mitjà (Cb10), de manera que l'anàlisi que se'n faci pot entroncar amb la que el centre ja va fer com a conseqüència dels resultats d'aquelles proves anteriors.

Activitats triades:

- **Activitat 14:** Problema "material a la classe de plàstica" (resolució de problemes)
- **Activitat 16:** Transformar triangles (transformacions geomètriques)
- **Activitat 9:** Situar el curs escolar sobre la recta del temps (recta del temps)
- **Activitat 2:** Fer càlculs amb temps controlat (càlcul mental)
- **Activitat 10:** Fer gràfics del salt de llargada (lectura i interpretació de gràfics)

En cada activitat s'han seleccionat algunes respostes dels alumnes, prou representatives, i se'n comenten els trets més significatius. A partir d'aquests comentaris es van dibuixant les dificultats que es presenten en la resolució, alhora que s'il·lustra el procés d'aprenentatge relacionat amb l'activitat.

Després d'analitzar quin tipus d'errors cometien els alumnes, es plantegen cinc qüestionaris per als mestres, relacionats amb els continguts i amb la metodologia de treball a l'aula de cinc grans temes: la resolució de problemes, la transformació de triangles, la recta del temps, el càlcul i la lectura de gràfics i interpretació de gràfics.

La finalitat que persegueixen aquests qüestionaris és guiar la reflexió entorn de l'ensenyament de les matemàtiques a l'aula, una vegada valorats els resultats de les proves. La reflexió sobre les qüestions que es plantegen pot resultar útil per tal de poder situar concretament quins són els aspectes amb més dificultat a l'hora d'aprendre i d'ensenyar. Un cop situades les dificultats d'aprenentatge, es poden anar aclarint quines són les vies per a poder-les superar.

Així, doncs, els qüestionaris s'adrecen als mestres del cicle perquè els puguin contestar de manera individual, prèviament a la posada en comú amb la resta de mestres del cicle.

Després de cada qüestionari s'apunten unes consideracions generals sobre què i com ensenyar cada un dels temes esmentats.

## Problema "material per a la classe de plàstica"

Es relaciona amb la competència següent:

**M5** Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.

### Activitat 14

#### Material per a la classe de plàstica

A la classe de plàstica farem grups de 4 alumnes. Cada grup té aquest material:

- 3 metres de paper d'embalatge
- 8 retoladors
- 4 tisores
- 100 grams de cola



- 1** Per a un grup de 8 nens i nenes necessitem:
- 2** Per a un grup de 6 nens i nenes necessitem:

## Resposta 1

1 Per a un grup de 8 nens i nenes necessitem:

6 metres de paper d'embalatge

16 retoladors

8 tisores

200 grams de cola

2 Per a un grup de 6 nens i nenes necessitem:

4 i mitja metres de paper d'embalatge

12 retoladors

6 tisores

150 grams de cola

La solució en aquest cas és correcta. S'ha interpretat correctament que en el primer cas cal fer el doble de totes les quantitats, ja que 8 és el doble de 4 i que, en el segon, cal pensar a afegir-hi la meitat perquè 6 és exactament 4 més 2.

## Resposta 2

1 Per a un grup de 8 nens i nenes necessitem:

6 metres de paper d'embalatge

16 retoladors

8 tisores

200 grams de cola

2 Per a un grup de 6 nens i nenes necessitem:

12 metres de paper d'embalatge

32 retoladors

16 tisores

400 grams de cola

Aquest exemple mostra com s'ha interpretat correctament la primera pregunta, però en el cas de la segona s'ha tornat a fer el doble, com si s'hagués de calcular la quantitat per a 16 persones i no per a 6.



Resposta 3

1 Per a un grup de 8 nens i nenes necessitem:

6 metres de paper d'embalatge

16 retoladors

8 tisores

200 grams de cola

2 Per a un grup de 6 nens i nenes necessitem:

1 i mig metres de paper d'embalatge

4 retoladors

2 tisores

50 grams de cola

En aquesta altra solució s'ha interpretat la primera pregunta com el doble i s'ha resolt correctament, però la segona s'ha interpretat erròniament com la meitat, és a dir, com si en el segon cas el grup de nens fos de 2 i no de 6.

Es mostra ara una solució en què s'ha interpretat incorrectament que el material que es dona de model és per a un sol nen, i s'han multiplicat les quantitats per 8 en el primer cas i per 6 en el segon. No hi ha cap errada de càlcul, l'errada és d'interpretació del problema.

Resposta 4

1 Per a un grup de 8 nens i nenes necessitem:

24 metres de paper d'embalatge

64 retoladors

32 tisores

800 grams de cola

2 Per a un grup de 6 nens i nenes necessitem:

18 metres de paper d'embalatge

48 retoladors

24 tisores

600 grams de cola

## Resposta 5

1 Per a un grup de 8 nens i nenes necessitarem:

metres de paper d'embalatge

retoladors

tisores

grams de cola

2 Per a un grup de 6 nens i nenes necessitarem:

metres de paper d'embalatge

retoladors

tisores

grams de cola

En aquest exemple es pot veure com la dificultat per a calcular la primera dada, la dels metres de paper, i la darrera, la dels grams de cola, és més gran que quan les dades es refereixen a objectes que es compten per unitats.

Es resol bé la primera pregunta. En la segona no hi ha dificultats per a calcular quants retoladors i quantes tisores calen. En canvi, s'opta per adjudicar 5 metres de paper en comptes de 4 i mig; l'error no es deu al fet que l'alumne no sàpiga escriure mig (1/2), com es pot veure en la casella dels grams. La dificultat apareix, doncs, en calcular els metres i els grams de la segona pregunta.

## Resposta 6

1 Per a un grup de 8 nens i nenes necessitarem:

metres de paper d'embalatge

retoladors

tisores

grams de cola

2 Per a un grup de 6 nens i nenes necessitarem:

metres de paper d'embalatge

retoladors

tisores

grams de cola

Solucions com aquesta mostren que s'ha interpretat correctament el problema plantejat, encara que sorgeixin dificultats a l'hora de fer els càlculs, sobretot en la segona pregunta.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de la resolució de problemes

### Què implica resoldre un problema

La complexitat de les situacions que es plantegen a cada cicle marca la diferència de dificultat. Si a cicle inicial les situacions han de ser necessàriament simples, és a dir, amb un nombre limitat de dades i pensant que sovint si es facilita la representació el resultat és molt evident, a cicle mitjà s'espera que puguin organitzar dades de manera més sistemàtica i que puguin fer servir continguts apresos amb anterioritat en un context diferent, a més d'encadenar raonaments que els portin a la resolució.

Resoldre un problema és quelcom més que llegir un text que porta inequívocament a fer un càlcul i fer-lo. Resoldre un problema implica pensar en què es demana, i com es pot fer per saber-ho, fer el que calgui per trobar-ho i valorar si el resultat obtingut és raonable. El text, doncs, ha d'obrir un camp d'actuació i cal que es respectin diverses maneres d'actuar sense perdre mai de vista quin és el resultat que s'està buscant.

La de resolució de problemes és una activitat eminentment competencial, cal que els alumnes comprenguin la situació, pensin quins dels coneixements que tenen els poden servir, i que els utilitzin en funció del resultat que estan cercant.

És important que els problemes que es presenten a l'alumnat reuneixin una sèrie de condicions que afavoreixin l'adquisició de la competència quan es treballin. S'ha procurat que el problema que s'ha plantejat en l'activitat 14, sigui orientatiu respecte al tipus de problemes que cal treballar amb els alumnes:

- és de l'entorn familiar dels nens i nenes d'aquesta edat,
- les quantitats que presenta són imaginables amb facilitat,
- és un problema que es pot resoldre de diverses maneres, combinant sumes i restes,
- el text no marca l'ordre en què cal fer les operacions,
- hi ha més d'una operació implicada en la resolució,
- i es convida a representar el procés de resolució seguit.

Per aquests motius aquesta activitat s'ha anat plantejant, amb formulacions diverses (pizza, beguda de xocolata), en les diferents proves de competències bàsiques de cicle mitjà dels quatre últims cursos.

### Com podem ensenyar-ne

Per a resoldre correctament els problemes, els alumnes han de tenir autonomia. Autonomia per a pensar solucions sense por d'equivocar-se i sense por que ningú els digui que ho han fet malament. Han de tenir confiança per a provar el que els sembli que els pot portar a la solució i el convenciment que si no l'encerten els ajudaran a reconduir-ho a partir del camí que ells han iniciat.

Tot sovint l'única manera que es té de conèixer com han resolt un problema i per tant de saber quin estratègia han fet servir és demanar-los que representin el que estan fent, o bé que ho expliquin.

En aquest cas, com en els plantejats en les edicions anteriors, per a resoldre el problema cal poder fer dobles i meitats, cosa que de ben segur saben fer, però –i aquí entra en joc la competència– cal no només saber-ho fer, sinó reconèixer que en aquest cas és el més adequat.

Si se'ls anima a “representar” el que han fet, ja sigui dibuixant, parlant, escrivint operacions, fent esquemes, etc. se'ls ajuda a ser més conscients del que fan i alhora es pot aconseguir tenir més informació per a ajudar-los a portar la seva estratègia a bon terme.

Sovint s'espera que els alumnes resolguin el problema tal com el mestre tenia previst, és a dir, emprant una suma o una resta, o bé combinant una suma amb una resta, etc. Els exemples que s'han comentat de l'activitat 14, deixen ben clar que hi ha múltiples maneres “correctes” de trobar el resultat i que ni tan sols totes passen per fer operacions.

Quan hi ha algun alumne que no aconsegueix trobar el resultat, s'hauria de partir del seu raonament per ajudar-lo.

Validar el resultat és una qüestió clau en la resolució de problemes, cal que s'acostumin a pensar si el resultat que han obtingut és raonable en comptes d'esperar el veredict del mestre.

La matemàtica té mecanismes per l'autocorrecció que s'ha de fomentar que utilitzin. Aturar-se a pensar com pot ser que si per a 4 nens calen 3 metres de paper d'embalatge, per a 6 només en calguin 1 i mig, com es mostra en l'exemple 3, ha de ser suficient per a adonar-se que hi ha alguna cosa que no s'ha resolt bé. No cal que es doni la solució, només cal posar de manifest la contradicció i deixar que pensin on s'han equivocat. D'aquesta manera s'acostumaran a comprovar si les dades que tenen del problema lliguen amb el resultat que han obtingut, en comptes d'esperar sempre que els diguin si ho han fet o no de manera correcta.

Treballar en grup a l'hora de fer problemes obliga a parlar, a explicar als altres com s'ha pensat que es pot resoldre i alhora ajuda a desenvolupar la pròpia autonomia adquirint seguretat en defensar les pròpies conviccions. No cal que el grup sigui gaire nombrós, sovint amb grups de tres, o fins i tot en parelles, es pot establir un diàleg fluid.

### **Sobre la resolució del problema “material per a la classe de plàstica”**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es realitza amb els alumnes sobre la resolució de problemes,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar la resolució de problemes en el centre.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle per tal d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es proposen problemes de l'entorn quotidià dels alumnes.				
2. Es proposen problemes amb dades complexes però que es poden solucionar fent dobles i meitats.				
3. Es proposen problemes on l'organització de les dades és clau per a trobar les solucions.				
4. Es proposen problemes plantejats de manera oberta, sense predisposar a una determinada estratègia de resolució.				
5. Es fan preguntes sobre la situació que presenta el problema per tal d'assegurar-ne la comprensió.				
6. S'encoratja els alumnes a fer-se preguntes sobre la situació problemàtica perquè de manera autònoma arribin a una interpretació.				
7. S'anima els alumnes a representar, ja sigui dibuixant, fent esquemes amb nombres, operacions, etc., per resoldre el problema.				
8. Se'ls anima a dir com resoldrien el problema i a provar-ho, encara que la solució no sembli la més adequada.				
9. Es demana als alumnes que expliquin com han arribat al resultat.				
10. S'està obert a solucions no típiques i s'afavoreixen.				
11. S'exposen diverses solucions del mateix problema i es discuteixen.				
12. Es fa reflexionar sobre la validesa o no del resultat obtingut.				
13. Es fomenta la resolució de problemes en grup.				
14. Es demana que, a l'hora de validar la solució, comprovin el resultat o que la discuteixin en grup.				

Una vegada estudiats en grup el resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?,
- quines no es treballen prou o es podrien incorporar?,
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'actuació.)
- com i quan cal aplicar-les?,
- com s'avaluaran?

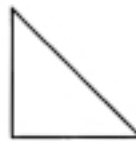
## Transformar triangles

Es relaciona amb la competència següent:

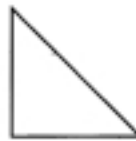
**M2** Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.

### Activitat 16

**1** Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrat:



**2** Ara completa aquesta figura perquè es converteixi en un rectangle:



**3** Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrilàter:



Es presenten diversos exemples de solucions correctes per a cadascun dels apartats.

**1** Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrat:

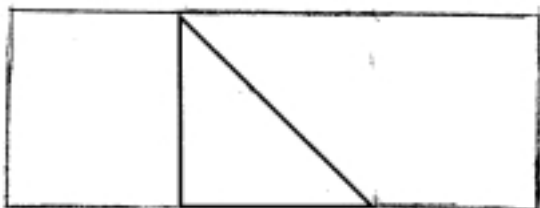
Resposta 1



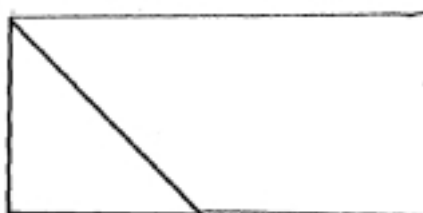
La transformació del triangle rectangle en quadrat no presenta gaire dificultat; aquest és un exemple de com s'ha resolt de manera majoritària.

**2** Ara completa aquesta figura perquè es converteixi en un rectangle:

Resposta 2



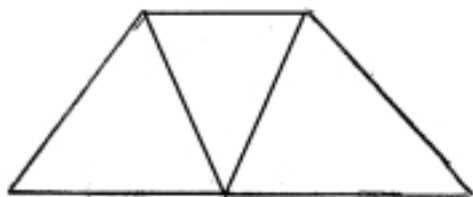
Resposta 3



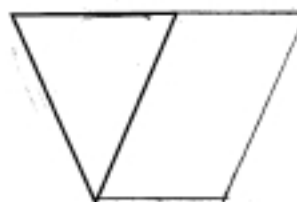
Per a convertir el triangle en rectangle, cal allargar un dels dos costats de l'angle recte. Aquests són dos exemples realitzats correctament.

**3** Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrilàter:

Resposta 4



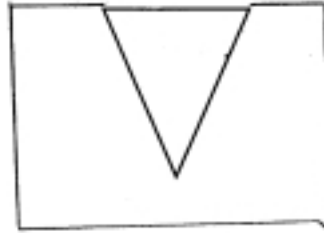
Resposta 5



Resposta 6



Resposta 7



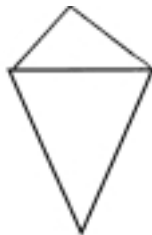
Resposta 8



Resposta 9



Resposta 10



Convertir el tercer triangle en un quadrilàter té moltes solucions possibles, aquí es mostren algunes de les que s'han donat.

Tot seguit es presenten alguns exemples de resolució incorrecta.



## Resposta 11

**1** Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrat:



**2** Ara completa aquesta figura perquè es converteixi en un rectangle:



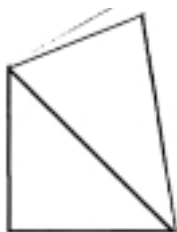
**3** Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrilàter:



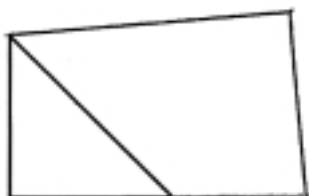
En les dues primeres figures no es respecta ni la condició que els costats siguin línies rectes, ni la perpendicularitat per a formar angle recte. En la tercera, a més de no fer les línies rectes, la figura resultant té sis costats en comptes dels quatre que ha de tenir un quadrilàter.

## Resposta 12

1 Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrat:



2 Ara completa aquesta figura perquè es converteixi en un rectangle:

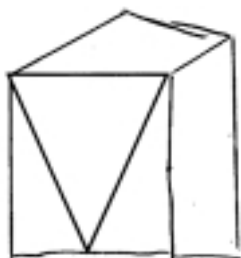


En aquest cas, la resolució del quadrat i el rectangle també són incorrectes: encara que els costats són rectes, no es té en compte la perpendicularitat dels costats per a formar els angles rectes.

Finalment, es mostra un exemple on l'alumne ha interpretat que quadrilàter significava "figura de tres dimensions".

## Resposta 13

3 Completa aquesta figura perquè es converteixi en un quadrilàter:



## Algunes consideracions sobre les transformacions geomètriques

L'activitat que es proposa consisteix a transformar formes, ser competent en aquest tema obliga a conèixer les característiques de les formes i buscar el camí per a fer-ne la transformació.

Per a passar de triangle a quadrat, primerament cal adonar-se que els dos costats que formen l'angle recte tenen la mateixa mida, fent servir el regle si cal. A continuació caldrà traçar les línies paral·leles a aquests dos costats.

En el cas de transformar el triangle en rectangle cal conèixer que un dels costats haurà de ser més llarg que l'altre i traçar també les línies paral·leles.

Per a transformar el darrer triangle en quadrilàter, les opcions són molt més variades, cal però que es tingui clar que la figura resultant ha de tenir 4 costats, i que els costats han de ser rectes.

Sempre que es pugui la geometria s'ha de treballar manipulativament, els alumnes han de construir formes amb materials: canyes de beguda i boles de plastilina, tires de cartolina i enquadernadors, amb gomes sobre un geoplà, etc., així podran triar la llargada dels costats i la col·locació dels uns respecte dels altres sense problemes de precisió en el dibuix.

És important també, en aquestes activitats, l'exigència de representació mental de la forma que es vol aconseguir i la planificació dels passos per a aconseguir-les.

### Sobre les activitats de transformació de triangles

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es realitza amb els alumnes sobre la transformació de triangles,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar la transformació de triangles.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle per tal d'arribar a acords de millora.

## Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es proposen situacions en què els alumnes hagin d'indicar la localització de formes de triangles i quadrilàters.				
2. Es proposa classificar formes en triangles i quadrilàters i justificar la classificació.				
3. Es construeixen formes; triangles, rectangles quadrats, etc. amb materials com ara tires i enquadernadors, geoplans...				
4. Es proposa transformar una de les formes fetes en una altra, exemple: de quadrat a rectangle...				
5. Es proposa discutir en grup i definir les característiques que fan que una forma sigui un triangle, un rectangle, un quadrat o un altre polígon.				
6. Es proposa dibuixar formes amb l'ajuda del regle i verbalitzar els passos seguits.				
7. Es busquen maneres de mantenir el paral·lelisme dels costats en dibuixar.				
8. Es busquen maneres de mantenir la perpendicularitat entre costats a l'hora de dibuixar.				
9. Es comprova si les característiques de les formes dibuixades s'ajusten a les característiques de les formes que es pretenien obtenir.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou o es podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'actuació.)
- com i quan cal aplicar-les?
- com s'avaluaran?

## Situar el curs escolar en la recta del temps

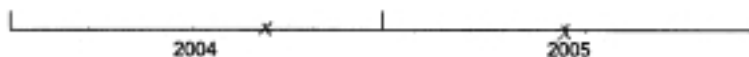
Es relaciona amb la competència següent:

**M6** Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.

### Activitat 9

Aquest curs va començar el setembre de 2004 i s'acabarà el juny de 2005.  
Fes una **X** sobre la recta per situar de manera aproximada l'inici i el final de curs.

### Resposta 1

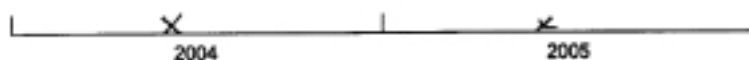


Aquest és un exemple d'activitat resolta correctament.

Per a fer-la, cal tenir clar que l'any té 12 mesos i que el mes de setembre és el que fa 9. Aleshores, s'ha de fer la partició del 12 en quatre parts (3, 6, 9 i 12) i plasmar sobre la línia que representa l'any 2004 aquesta distribució. Llavors ja es pot situar l'inici de curs en el punt aproximat de la tercera quarta part de l'any 2004.

Fent el mateix plantejament, per a trobar el final de curs, després de partir la línia que representa l'any 2005 en quatre parts cal situar el mes de juny més o menys a la meitat de l'any 2005.

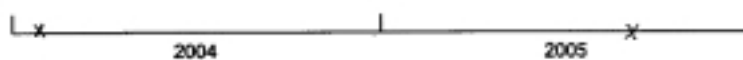
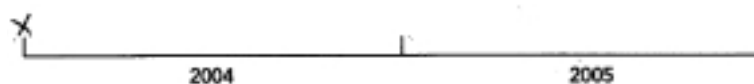
### Resposta 2



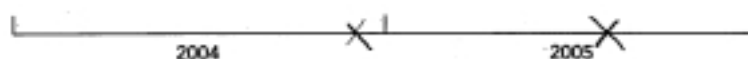
### Resposta 3



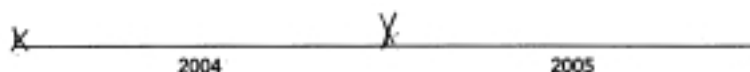
Aquests dos gràfics mostren dues situacions en què és clar que el curs comença el 2004 i acaba el 2005, però no es valora prou bé el temps transcorregut en cada un dels anys. En el primer cas sembla que el curs comenci i acabi a mitjan any, i en el segon que comenci just iniciat un any i s'acabi a punt de finalitzar el següent. En ambdós casos hi ha una col·locació simètrica del moment d'inici i final de curs.

**Resposta 4****Resposta 5**

Pot veure's una situació semblant en aquests altres dos exemples.

**Resposta 6**

Aquesta resolució mostra com s'ha procedit per cercar la solució. S'identifiquen els mesos de gener i desembre de cada un dels anys i es marquen els dotze mesos de cada un d'ells, a continuació es pot situar l'inici i el final del curs. En aquest cas l'alumne ha situat correctament el mes de juny com a final de curs, però hi ha una confusió en l'inici, que l'ha situat al mes de desembre i no al de setembre.

**Resposta 7**

En aquest cas, l'alumne situa l'inici i el final de curs en el segment que representa l'any 2004, mostrant la dificultat de considerar que el curs s'inicia un any i s'acaba el següent. Caldrà esbrinar si és únicament una dificultat de representació o si hi ha un problema més de fons per a situar-se en el temps.

**Resposta 8**

Aquí es pot veure la mateixa dificultat que en l'exemple anterior, potser més agreujada, ja que s'ha optat per marcar un inici i un final de curs a cada any.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de la representació del temps sobre una recta

Saber situar esdeveniments en el temps és un dels temes transversals en l'ensenyament pel fet que implica saber prendre punts de referència i tenir una idea de les proporcions.

Ajudar els alumnes a organitzar el temps no és gens fàcil, sovint es dona per fet que ja ho tenen clar, però val la pena comprovar-ho, ja que si no és així pot distorsionar altres aspectes de l'aprenentatge.

El temps és quelcom immaterial i per a entendre-ho cal representar-lo; la representació sobre la recta fa que aflorin les relacions entre diversos aspectes temporals, com ara la unitat de temps i les subdivisions que es fan. Així, si hi ha una recta que representa l'any, es pot subdividir en 12 parts; en canvi, si la recta representa un mes, se subdividirà aproximadament en 30 parts, i si la recta representa un dia, es podrà subdividir en 24 hores.

L'activitat 9 de la prova permet que els alumnes mostrin la seva competència en aquest tema. Per a fer-la, cal reconèixer els segments que representen cada un dels anys, imaginar cada un dels anys subdividits en 12 parts que serien els mesos, o amb 4 que serien els trimestres, i situar el setembre en l'inici del darrer trimestre del 2004 i el juny a mitjan 2005 i en el plantejament de l'activitat no hi ha cap indicació de com cal fer-ho.

Haver treballat amb la recta numèrica proporciona seguretat en el maneig de les proporcions i les aproximacions, encara que en el primer cas sempre se subdivideix per 10, i quan es tracta del temps les subdivisions són diverses.

### Com treballar-ho

Difícilment s'aprèn espontàniament a treballar tal com s'ha descrit, se n'ha d'ensenyar. Les situacions de treball col·lectiu, com ara proposar de situar les festes del curs sobre una línia que les representi, o determinades activitats sobre una línia mensual, són una oportunitat per a mostrar camins per a resoldre tasques que aniran ajudant els alumnes a ser cada vegada més competents.

Haver treballat amb la recta numèrica també ajuda a traspasar l'experiència amb els nombres a una situació com la del temps.

No es tracta que el mestre faci una demostració, sinó que plantegi la situació i faci intervenir els alumnes proposant solucions, explicant per què les proposen, opinant sobre les solucions que han donat els altres, defensant la que creuen més adient, etc.

L'actuació del mestre ha d'anar adreçada a:

- promoure la participació de tots els alumnes,
- respectar les diverses solucions i, en comptes de ser ell qui les estima o desestima, posar-les a debat del grup i conduir les intervencions,
- fomentar l'autonomia dels alumnes i animar-los a defensar el propi punt de vista i a expressar les raons que els han portat a una solució,
- fer present l'objectiu que guia l'activitat quan calgui.

El plantejament de l'activitat col·lectiva ha de ser al més dinàmic possible, la recta pot ser simplement un dibuix sobre la pissarra, però també pot ser un tros de paper d'embalatge on s'enganxaran les marques amb un adhesiu que permeti moure-les o sobre un cordill on es pot enganxar el que calgui amb agulles d'estendre la roba. El mestre pot graduar la dificultat i proposar també activitats individuals per a comprovar l'assimilació personal que s'ha fet del tema.

### **Sobre la recta del temps**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes amb referència a la representació del temps sobre una recta,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar la representació del temps sobre una recta.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle per tal d'arribar a acords de millora.

### **Qüestionari**

A classe es proposa als alumnes la realització d'activitats com...	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Representar nombres sobre la recta deduint-ne la situació.				
2. Ordenar dades temporals com ara dates, festes, hores, etc.				
3. Representar unitats temporals i les subdivisions sobre una recta: un dia en hores, un any en mesos, una setmana en dies, etc., respectant aproximadament les proporcions.				
4. Deducir el significat d'algunes marques damunt una recta a partir de conèixer els valors inicial i final.				
5. Situar fets sobre una recta en la qual hi hagi marcades unes fites orientatives. Ex.: festes populars en una recta amb els mesos de l'any indicats.				
6. Resoldre les activitats en grup.				
7. Demanar que els alumnes vagin participant, opinant i corregint.				
8. Demanar als alumnes la justificació de les propostes que vagin fent.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou o s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'actuació.)
- com i quan cal aplicar-les?
- com s'avaluaran?



## Càlcul amb temps controlat

Es relaciona amb la competència següent:

**M1** Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

### Activitat 2

#### Resposta 1

$$6 + 8 = 14 \longrightarrow 60 + 80 = \boxed{140}$$

$$54 + 10 = 64 \longrightarrow 54 + 9 = \boxed{63}$$

$$225 + 40 + 25 = \boxed{290}$$

$$647 - 40 = \boxed{607}$$

$$338 - 18 = \boxed{320}$$

$$4 \times 10 = \boxed{40}$$

$$24 \times 10 = \boxed{240}$$

$$134 \times 10 = \boxed{1.340}$$

$$\boxed{2} \times 12 = 24$$

$$20 \times 5 = \boxed{100}$$

$$25 \times 10 = \boxed{\phantom{000}} \longrightarrow 25 \times 12 = \boxed{2.550}$$

Aquest és un exemple en què s'han resolt correctament totes les operacions llevat de la darrera. El resultat que ha donat l'alumne mostra que estava fent un raonament correcte: si  $25 \times 10 = 250$ , llavors  $25 \times 12$  serà això dues vegades més 25; per tant, cal afegir 50 al resultat anterior i això és el que ha escrit. 2.550 no és el resultat correcte, que seria 300, però deixa entreveure per on anava el seu raonament. Probablement, el fet de no escriure el primer resultat a la casella corresponent ha dificultat trobar el segon.

## Resposta 2

$$6 + 8 = 14 \longrightarrow 60 + 80 = 140$$

$$54 + 10 = 64 \longrightarrow 54 + 9 = 640$$

$$225 + 40 + 25 = 290$$

$$647 - 40 = 607$$

$$338 - 18 = 320$$

$$4 \times 10 = 40$$

$$24 \times 10 = 240$$

$$134 \times 10 = 1340$$

$$2 \times 12 = 24$$

$$20 \times 5 = 100$$

$$25 \times 10 = 250 \longrightarrow 25 \times 12 = 260$$

En aquest exemple es poden veure dues errades.

La primera errada és en la segona operació, que l'alumne ha fet seguint l'exemple de la primera en comptes de fixar-se que allò que es demanava era diferent.

L'altra errada és en la darrera operació, on no s'ha interpretat correctament que el pas de multiplicar per 10 a multiplicar per 12 no consisteix a sumar-hi 10, sinó sumar-hi 50.

## Resposta 3

$$6 + 8 = 14 \longrightarrow 60 + 80 = 140$$

$$54 + 10 = 64 \longrightarrow 54 + 9 = 63$$

$$225 + 40 + 25 = 275$$

$$647 - 40 = 607$$

$$338 - 18 = 320$$

$$4 \times 10 = 40$$

$$24 \times 10 = 240$$

$$134 \times 10 = 1340$$

$$2 \times 12 = 24$$

$$20 \times 5 = 105$$

$$25 \times 10 = 250 \longrightarrow 25 \times 12 = 252$$

En aquest cas es mostra la dificultat per a realitzar la tercera suma, que es resol més fàcilment reordenant els sumands.

També hi ha dificultats per a realitzar les dues restes que hi ha a continuació, on simplement cal treure el 40 de 647 i deixar-lo en 607 i 18 al 338 i deixar-lo en 320.

També hi ha dificultats en la multiplicació  $20 \times 5$  i en la deducció de  $25 \times 12$ , on s'afegeix 2 al resultat de  $250 \times 10$  fent una mala interpretació de la multiplicació.

És interessant, però, observar com la multiplicació per la unitat seguida de zero està molt clara i s'ha aplicat correctament en tots els casos.

## Resposta 4

$$6 + 8 = 14 \longrightarrow 60 + 80 = \boxed{146}$$

$$54 + 10 = 64 \longrightarrow 54 + 9 = \boxed{63}$$

$$225 + 40 + 25 = \boxed{290}$$

$$647 - 40 = \boxed{742}$$

$$338 - 18 = \boxed{355}$$

$$4 \times 10 = \boxed{40}$$

$$24 \times 10 = \boxed{240}$$

$$134 \times 10 = \boxed{234}$$

$$\boxed{12} \times 12 = 24$$

$$20 \times 5 = \boxed{50}$$

$$25 \times 10 = \boxed{250} \longrightarrow 25 \times 12 = \boxed{262}$$

En aquest exemple, després de resoldre correctament totes les sumes, hi ha resultats incorrectes en les restes i són resultats que fan pensar en dificultats de comprensió importants. En el cas de la primera resta, on cal restar-ne 40 de 647, el nombre que disminueix en el resultat és el de les centenes, i en la segona el resultat és més gran que el minuend, errades que van més enllà d'una simple distracció.

En la multiplicació també hi ha dificultats. Es resol correctament multiplicant un nombre d'una i de dues xifres per 10, però en multiplicar-ne un de tres xifres ja hi ha una errada: es diu que  $134 \times 10$  és 234. També es presenten dificultats a l'hora de trobar per quant s'ha de multiplicar 12 perquè doni 24 (es confon producte amb suma) i amb el resultat de multiplicar  $20 \times 5$ .

En la deducció de la darrera operació, l'alumne fa el mateix raonament que ja s'ha vist en la resposta 3.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge del càlcul

A cicle mitjà el càlcul mental s'ha de treballar amb nombres de dues i tres xifres; per a fer-ho, cal tenir seguretat amb el càlcul de nombres d'una xifra i el 10, i és necessari aprendre tècniques que el facilitin.

Fer analogies amb operacions més senzilles és un dels camins:

- passar, per exemple, de  $6 + 8 = 14$  a  $60 + 80$  és mostrar el camí per a facilitar una operació que pot semblar massa difícil,
- partir d'un resultat com  $54 + 10 = 64$  per a passar a  $54 + 9$  o bé a  $54 + 11$  perquè vegin que és  $10 - 1$  o bé  $10 + 1$  és un altre recurs útil.

Reorganitzar els termes de l'operació a fi de facilitar-la també és una estratègia interessant d'ensenyar:

- així,  $225 + 40 + 25$ , es pot passar a  $225 + 25 + 40$  i resulta molt més senzill com ho seria sumar  $140 + 3 + 20$  si féssim  $140 + 20 + 3$ .

Treballar la multiplicació per la unitat seguida de zero és fonamental i ajuda molt a tenir una idea aproximada del resultat que es pot esperar. Cal tenir en compte, en aquest cas, de no quedar-se únicament amb multiplicar nombres d'una xifra per 10 i estendre-ho a nombres de dues i tres xifres per 10 i a nombres d'una i dues xifres per 10, 100 i 1.000 a fi d'assegurar que s'ha comprès bé:

- a més de resoldre operacions del tipus  $4 \times 10$ ,  $24 \times 10$  o  $134 \times 10$ , aquesta tècnica serveix per a afrontar operacions com  $20 \times 5$  si se'ls ajuda a veure que  $20 \times 10$  serien 200, i com que 5 és la meitat, serà 100.

Cal també treballar situacions en les quals es pugui procedir considerant separatament les unitats d'ordre:

- per a restar  $647 - 40$  s'ha de tenir clar que el resultat no ha d'afectar el 600 ni el 7, únicament afecta les desenes i serà 607.
- semblantment, per a restar  $338 - 18$ , el 300 no queda afectat, desapareixeran les unitats, ja que n'hi ha 8 i se n'han de treure 8, i les desenes passaran de 30 a 20, ja que en traiem 10.

La reflexió sobre l'operació que s'està fent i la manera com afecta la magnitud del resultat ha d'estar sempre present i ha de servir per a validar el resultat en comptes d'esperar que algú corregeixi; així, cal saber que:

- la suma porta a un resultat més gran,
- la resta porta a un resultat que ha de ser necessàriament més petit que el primer terme de la resta,
- la multiplicació fa créixer molt ràpidament els nombres. Així, propostes com la de passar de  $25 \times 10$  a  $25 \times 12$  ajuden a reflexionar sobre la naturalesa de la multiplicació si pensen que en el primer cas hi ha el 25 deu vegades, és a dir, 250, i en el segon el 25 dues vegades més, per tant, el resultat augmentarà en 50.

### Com treballar-ho

En general, el fet de treballar amb nombres rodons i senzills ajuda a comprendre uns recursos que després es podran fer servir en situacions més complicades.

És molt important que el mestre condueixi aquests aprenentatges i proposi gradualment recursos per a afrontar el càlcul amb nombres més grans després d'assegurar que es domina el càlcul amb nombres d'una sola xifra.

Cal treballar el càlcul mental de manera regular i graduant molt bé les dificultats i repeticions que es proposen.

Si el mestre fa una proposta ben pensada i graduada, sense explicar el que es proposa, i convida els alumnes que hagin trobat una manera d'arribar al resultat que expliquin als seus companys com ho han fet, l'aprenentatge és molt més efectiu tant per als alumnes que ho expliquen com per als que ho escolten.

Davant situacions com la que proposa aquesta activitat de càlcul, els alumnes han de mobilitzar tots els recursos que han après, tant fent càlcul com treballant la numeració a fi de trobar el resultat d'una manera ràpida. El fet de resoldre l'activitat correctament mostra competència en aquest tema i assegura que es podrà aplicar en situacions de la vida quotidiana.

## Sobre el treball del càlcul amb temps controlat

El qüestionari següent permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes sobre el càlcul amb temps controlat,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a treballar el càlcul amb temps controlat.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es treballa el càlcul mental amb regularitat.				
2. Se segueix una programació de càlcul mental que garanteixi la coherència i la progressió de les dificultats.				
3. S'inicien les propostes amb nombres petits i es va augmentant el nombre per veure si es manté la comprensió.				
4. Es proposen operacions +, -, x o : amb nombres rodons i fàcils d'imaginar.				
5. Partint d'una operació i un resultat, se'n fa deduir un altre que hi tingui relació.				
6. Es fan reordenar els termes d'una operació per facilitar trobar-ne el resultat.				
7. Es proposa multiplicar per la unitat seguida de zero.				
8. S'ajuda els alumnes a veure la senzillesa d'operacions que aparentment són molt complicades.				
9. Es presenten propostes de càlcul que es volen ensenyar en grup i es demana que busquin i expliquin estratègies per a resoldre-les.				
10. S'ajuda a reflexionar sobre el resultat a fi de considerar-lo vàlid o no.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## Lectura i interpretació de gràfics

Es relaciona amb la competència següent:

**M6** Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.

### Activitat 10

Vint nens i nenes d'una classe han fet un concurs de salts de llargada.

Han anotat els centímetres que ha saltat cada un i els han ordenat del més curt al més llarg.

Noma	Distància saltada en centímetres
ALEX	134
AHLAM	137
CLARA	142
ARIADNA	143
FERNANDO	151
ISAAC	170
JORDI	180
MOHAMED	181
SARAJ	183
MARTA	184
MANEL	186
IVAN	186
EVA	189
DRISS	192
MARÇAL	193
YASMINE	198
FRANCISCO	212
SANDRA	214
EMMA	238
ALEX	260

**1** Compta quants alumnes han saltat:

de 125 a 149 cm: 4 alumnes

de 150 a 174 cm: .....

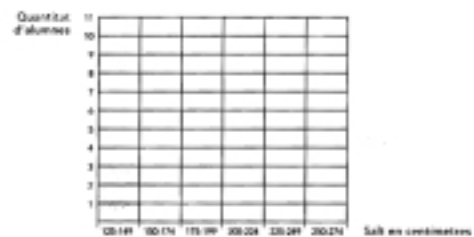
de 175 a 199 cm: .....

de 200 a 224 cm: .....

de 225 a 249 cm: .....

de 250 a 274 cm: .....

**2** Observa les dades que hi ha a la llista anterior i construeix un gràfic per representar-les:



**3**

- Hi ha algú que hagi saltat exactament dos metres? .....
- Qui s'hi ha acostat més? .....
- Quants nens i nenes han fet un salt de més de dos metres? .....
- Deu alumnes han saltat entre ..... i ..... centímetres.

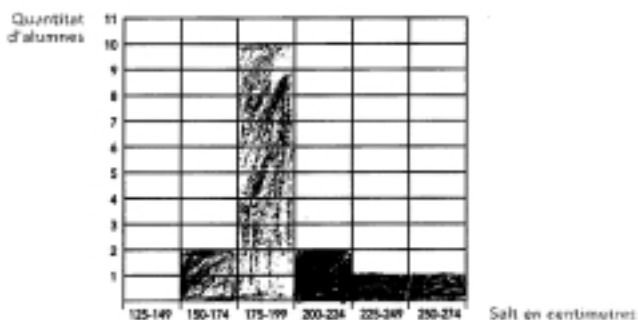


Resposta 1

1 Compta quants alumnes han saltat:

- de 125 a 149 cm: 4 alumnes
- de 150 a 174 cm: 2 alumnes
- de 175 a 199 cm: 10 alumnes
- de 200 a 224 cm: 2 alumnes
- de 225 a 249 cm: 1 alumne
- de 250 a 274 cm: 1 alumne

2 Observa les dades que hi ha a la llista anterior i construeix un gràfic per representar-les:



3

- a. Hi ha algú que hagi saltat exactament dos metres? No.....
- b. Qui s'hi ha acostat més? FRANCISCA i la xerrame
- c. Quants nens i nenes han fet un salt de més de dos metres? FRANCISCO, SANDA Emma, Alex
- d. Dos alumnes han saltat entre 175..... i 199..... centímetres.

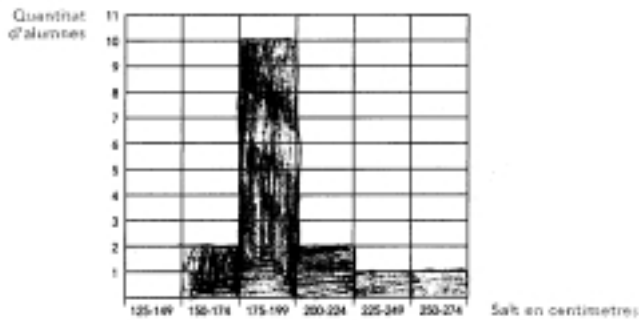
L'alumne recompta correctament les dades d'acord amb els sis intervals definits i les expressa bé dins del gràfic. Mostra una bona comprensió de la informació donada. Apareix una petita dificultat relacionada amb l'aproximació, perquè afirma que n'hi ha dos que s'acosten al salt dels 2 m, un per excés i l'altre per defecte, però no s'ajusta a la pregunta perquè no defineix quin dels dos és el més pròxim.

**Resposta 2**

**1** Compta quants alumnes han saltat:

- de 125 a 149 cm: 4 alumnes
- de 150 a 174 cm: 2 alumnes
- de 175 a 199 cm: 10 alumnes
- de 200 a 224 cm: 2 alumnes
- de 225 a 249 cm: 1 alumne
- de 250 a 274 cm: 1 alumne

**2** Observa les dades que hi ha a la llista anterior i construeix un gràfic per representar-les:



**3**

- a. Hi ha algú que hagi saltat exactament dos metres? no
- b. Qui s'hi ha acostat més? L'Àlex
- c. Quants nens i nenes han fet un salt de més de dos metres? tots
- d. Deu alumnes han saltat entre 175 i 199 centímetres.

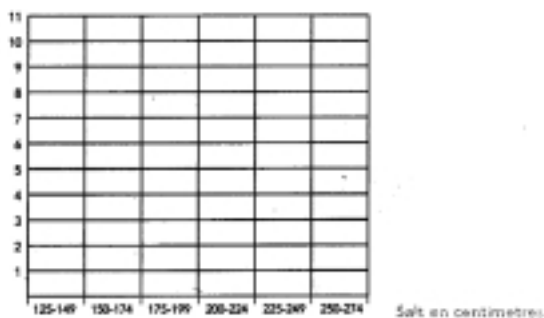
En aquest cas també hi ha un bon recompte de les dades i una bona expressió de la informació en el gràfic, però hi ha mostres de força desorientació pel que fa a la comprensió de la mesura, perquè sembla que confon 1 m amb 2 m. L'alumne utilitza la informació que ha recomptat per a un dels intervals per a contestar l'última pregunta.

### Resposta 3

**1** Compta quants alumnes han saltat:

- de 125 a 149 cm: .....
- de 150 a 174 cm: 2 alumnes
- de 175 a 199 cm: 10 alumnes
- de 200 a 224 cm: 2 alumnes
- de 225 a 249 cm: 1 alumne
- de 250 a 274 cm: 1 alumne

**2** Observa les dades que hi ha a la llista anterior i construeix un gràfic per representar-les:



**3**

- a. Hi ha algú que hagi saltat exactament dos metres? Cap
- b. Qui s'hi ha acostat més? En Francesc i Sandra
- c. Quants nens i nenes han fet un salt de més de dos metres? 1 En Francesc i la Sandra i Emma i Alisa
- d. Deu alumnes han saltat entre 175 i 199 centímetres.

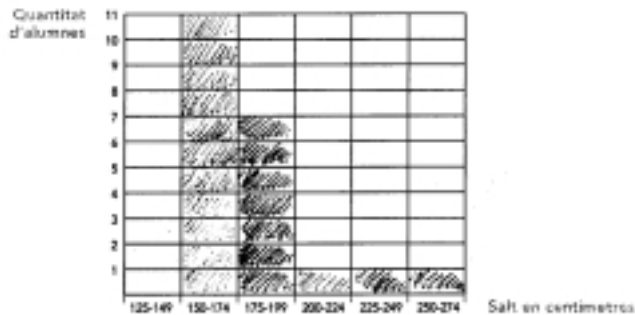
El recompte dins de cada interval és correcte, però l'alumne no tradueix la informació recomptada en el gràfic. Novament es pot veure una dificultat per a entendre l'aproximació amb la mesura: s'aproxima per excés, sense valorar que el salt que més s'acosta als 2 m és 198 cm.

**Resposta 4**

**1** Compta quants alumnes han saltat:

- de 125 a 149 cm: 4 alumnes
- de 150 a 174 cm: 11 alumnes
- de 175 a 199 cm: 2 alumnes
- de 200 a 224 cm: 1 alumne
- de 225 a 249 cm: 1 alumnes
- de 250 a 274 cm: 1 alumnes

**2** Observa les dades que hi ha a la llista anterior i construeix un gràfic per representar-les:



**3**

- a. Hi ha algú que hagi saltat exactament dos metres? no
- b. Qui s'hi ha acostat més? Yasmines
- c. Quants nens i nenes han fet un salt de més de dos metres? 4
- d. Deu alumnes han saltat entre 1.34 i 1.89 centímetres.

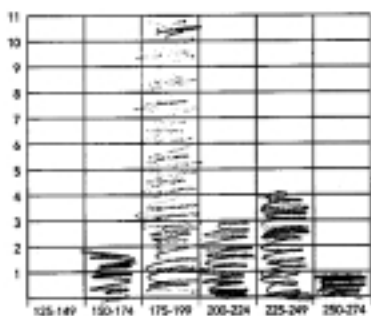
Hi ha errors en el recompte, de manera que el total de nens i nenes recomptats supera en 5 el nombre total que hi ha a la llista. L'alumne no considera el nombre total, no comprova el recompte de tots els intervals per refer l'error. Tradueix bé el seu recompte al gràfic, tot i que aquest no es correspon amb les primeres dades. La comprensió de la informació donada, que extreu de les primeres dades, és correcta.

**Resposta 5**

**1** Compta quants alumnes han saltat:

- de 125 a 149 cm: .....
- de 150 a 174 cm: 2 alumnes
- de 175 a 199 cm: 11 alumnes
- de 200 a 224 cm: 3 alumnes
- de 225 a 249 cm: 4 alumnes
- de 250 a 274 cm: 1 alumne

**2** Observa les dades que hi ha a la llista anterior i construeix un gràfic per representar-les:



**3**

- a. Hi ha algú que hagi saltat exactament dos metres? NO.....
- b. Qui s'hi ha acostat més? L'ALEX.....
- c. Quants nens i nenes han fet un salt de més de dos metres? CAP
- d. Deu alumnes han saltat entre 125..... i 199..... centímetres.

Com en l'exemple anterior, el recompte de nens i nenes per a cada interval és incorrecte, i la suma total de tots els intervals supera el nombre de la llista. Apareixen força dificultats en la interpretació de la informació. Sembla que no hi ha una bona relació de l'equivalència de les mesures en metres i centímetres.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de la lectura i interpretació de gràfics

Actualment, cada vegada és més usual l'ús de gràfics per a expressar la informació. Els gràfics permeten expressar més informació i amb relacions més explícites de manera més sintètica. Per aquests motius, cal que a l'escola s'ensenyi als alumnes a treballar amb els gràfics. Per una banda es fa necessària la presència de gràfics per a interpretar, relacionats amb diferents contextos, àrees i temàtiques. I per una altra cal proposar-se com a finalitat educativa ensenyar a interpretar i a construir gràfics.

Aquesta activitat sovint té un caire interdisciplinari, ja que es presenta a les diferents àrees i de vegades en combina més d'una. Molts cops els gràfics apareixen en les informacions pròpies de les àrees de coneixement del medi, però incorporen aspectes relacionats amb la mesura que es tracten dins l'àrea de matemàtiques.

Llegir un gràfic té un caràcter diferent a la lectura d'informació textual, respon a un procés diferent que els alumnes han d'anar descobrint: cal tenir en compte la lectura del títol, els eixos, els nombres. Sovint els gràfics combinen la relació entre dos eixos.

La lectura de gràfics s'aprèn fent-la, cal donar el temps necessari per a dur-la a terme, per exemple responent preguntes sobre la informació del gràfic, pensant preguntes que es poden respondre amb el gràfic, etc.

Un altre aspecte que cal considerar és la construcció d'un gràfic a partir d'una informació coneguda, tal com es proposa en l'activitat 10 de la prova. Normalment en el procés de construcció d'un gràfic sempre cal fer una traducció de la informació textual a la seva expressió gràfica. De vegades aquest canvi es fa directament i d'altres requereix passos intermedis: llistes, intervals...

En el procés de construcció d'un gràfic resulta més senzill omplir un gràfic prèviament dissenyat, que és el que més es pot fer en aquest cicle, que no pas decidir quin és el gràfic més oportú per a una informació. La tria del gràfic més adient a una informació, al cicle mitjà, és una tasca a realitzar de manera col·lectiva amb un gran acompanyament del mestre.

## Sobre la interpretació de gràfics

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes sobre la lectura i interpretació de gràfics,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge de la interpretació de gràfics.

Es recomana començar responnent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe es proposa als alumnes la realització d'activitats com...	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Lectura de gràfics en les diferents àrees curriculars.				
2. Extracció d'informació concreta de gràfics: pictogrames, barres, taules de doble entrada.				
3. Pensada de preguntes a partir de la informació d'un gràfic.				
4. Discussió de com extreure informació d'un gràfic.				
5. Construcció de gràfics de barres, pictogrames, taules de doble entrada.				
6. Agrupació d'una llista de dades en intervals.				
7. Traducció d'una informació textual a un gràfic prèviament dissenyat.				
8. Decisió i discussió de quin és el gràfic més oportú per a una informació.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les proposades es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## CICLE SUPERIOR

### Anàlisi de les proves

D'entre les proves de cicle superior s'han seleccionat set activitats representatives del conjunt de les competències valorades, així com aspectes i continguts cabdals de l'activitat matemàtica en aquest cicle, continguts que es consideren clau per al bon desenvolupament de la tasca matemàtica de l'alumne en nivells superiors.

Les activitats triades tenen correspondència directa amb les que s'han seleccionat en el cicles inicial i mitjà, per tal de fer palesa la continuïtat del treball de les diverses competències i poder establir el diàleg entre els diferents cicles, tant a l'hora de valorar els resultats de les proves com per a aprofundir en el desenvolupament de l'ensenyament de les matemàtiques en el centre.

Activitats triades:

- **Activitat 15:** Problema "l'excursió a Montserrat" (resolució de problemes)
- **Activitat 11:** Desenvolupament del cub (desenvolupament pla dels prismes)
- **Activitat 3:** Situar decimals sobre la recta numèrica (recta numèrica)
- **Activitat 9:** Situar decimals sobre la recta del temps (recta del temps)
- **Activitat 5.1:** Càlcul amb temps controlat, multiplicacions i divisions per les unitats seguides de 0 (càlcul mental)
- **Activitat 7:** Ús de la calculadora
- **Activitat 10:** Excursió pel Pirineu (lectura i interpretació de gràfics)

En cada activitat s'han seleccionat algunes respostes dels alumnes, prou representatives, i se'n comenten els trets més significatius. A partir d'aquests comentaris es van dibuixant les dificultats que es presenten en la resolució, alhora que s'il·lustra el procés d'aprenentatge relacionat amb l'activitat.

Després d'analitzar quin tipus d'errors cometien els alumnes, es proposen cinc qüestionaris per als mestres, relacionats amb els continguts i amb la metodologia de treball a l'aula de cinc grans temes: la resolució de problemes, el desenvolupament pla dels prismes, la recta numèrica, el càlcul, i la lectura i interpretació de gràfics.

La finalitat que persegueixen aquests qüestionaris és guiar la reflexió entorn de l'ensenyament de les matemàtiques a l'aula, una vegada valorats els resultats de les proves. La reflexió sobre les qüestions que es plantegen pot resultar útil per a aprendre i ensenyar. Un cop situades les dificultats d'aprenentatge, es poden anar aclarint quines són les vies per a poder-les superar.

Així, doncs, els qüestionaris s'adrecen als mestres del cicle a fi que els puguin contestar de manera individual com un primer pas per a la posada en comú amb la resta dels mestres.

Després de cada qüestionari s'apunten unes consideracions generals sobre què i com ensenyar cada un dels temes esmentats.



## L'excursió a Montserrat

Es relaciona amb la competència següent:

**M5** Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.

### Activitat 10

#### L'excursió a Montserrat

L'oncle i la tieta, tots dos jubilats, conviden els seus tres nebots –la Joana, que té 11 anys, el seu germà petit, de 4 anys, i la seva germana gran, de 17 anys– a passar un dia a Montserrat.

Tots plegats aniran amb autobús fins a Monistrol, i allà agafaran el tren cremallera per pujar a Montserrat.

L'autobús arriba a l'estació de Monistrol a les 10 del matí, i tenen la intenció d'agafar l'autobús per tornar a casa a les 7 de la tarda a la mateixa estació.

Ajuda'ls a fer el pla de l'excursió. Consulta la informació del tren cremallera que trobaràs a continuació i contesta les preguntes següents.

HORARI DEL CREMALLERA DE MONTSERRAT				
<b>Pujada de Monistrol a Montserrat</b>				
Estacions	Hora de sortida			
Monistrol estació	8:30	9:30	10:30	11:30
Centre vila	8:38	9:38	10:38	11:38
Montserrat	8:51	9:51	10:51	11:51
<b>Descens de Montserrat a Monistrol</b>				
Estacions	Hora de sortida			
Montserrat	17:00	17:30	18:00	18:30
Centre vila	17:16	17:46	18:16	18:46
Monistrol estació	17:19	17:49	18:19	18:49
<b>Preus dels bitllets - Venda exclusiva a les estacions del cremallera</b>				
Bitllets	Adult	Men*		
Senyal	3,80 €	2,05 €		
Anada i tornada	6,00 €	3,30 €		
*Men: de 4 a 12 anys				

### Resposta 1

**5** Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

	Anada i tornada	Senyal (anada i tornada)
menys	3,30	4,60
adults	6,00	7,60

El pressupost més econòmic seria el dels bitllets d'anada i tornada que seria 24,60€

$$3,30 \times 2 = 6,60$$

$$6,00 \times 3 = 18,00$$

$$24,60$$

**Resposta 2**

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

$$\begin{array}{r} 3,80 \\ + 3,80 \\ \hline 7,60 \rightarrow \text{molt car.} \\ 2,05 \\ + 2,05 \\ \hline 4,10 \rightarrow \text{molt car} \end{array}$$

L'onca  $\rightarrow 6,00€$   
 Tietans  $\rightarrow 6,00€$   
 Germana gran  $\rightarrow 6,00€$   
 Joana  $\rightarrow 3,30$   
 Sermà petit  $\rightarrow 3,30$

$$\begin{array}{r} 6,00€ \\ + 6,00 \\ \hline 6,00 \\ + 3,30 \\ \hline 3,30 \\ + 3,30 \\ \hline 24,60 \end{array}$$

El més econòmic és si agafen 3 d'adult i 2 de nen d'anada i tornada, que val 24,60 €

En tots dos casos hi ha una bona comprensió de la situació, ja que els alumnes busquen les dades necessàries i les interpreten d'acord amb la pregunta del problema.

L'expressió de la interpretació de les dades és molt acurada a la resposta 1, ja que l'alumne utilitza una taula de doble entrada per a comparar el preu dels bitllets senzills per a anar i tornar i el preu dels bitllets d'anada i tornada.

En la resposta 2 també hi ha una reordenació de les dades necessàries en forma de llista, que il·lustra que és una estratègia que facilita a l'alumne la resolució del problema.

En ambdós exemples l'ús de les operacions és adequat, encara que en la resposta 2 s'ha utilitzat la suma en comptes de la multiplicació. Tots dos alumnes interpreten bé el resultat i expressen correctament la resposta, no només amb un nombre, sinó amb una frase.

**Resposta 3**

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

$$\begin{array}{r} 6,00 \\ \times 3 \\ \hline 18,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,30 \\ \times 2 \\ \hline 6,60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18,00 \\ + 6,60 \\ \hline 24,60 \end{array}$$
 Han de pagar 24,60

**Resposta 4**

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

$$\begin{array}{r} 6,00 \\ 6,00 \\ + 6,00 \\ \hline 18,00 € \text{ adult} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,30 \\ + 3,30 \\ \hline 6,60 \text{ nen} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18,00 \\ + 6,60 \\ \hline 24,60 € \end{array}$$

- El prespost més econòmic per tots cinc seria 24,60 €

Per la transformació de les dades (multiplicació i suma en la resposta 3, només suma en la resposta 4) i l'expressió de les respostes, es pot deduir que hi ha una bona comprensió de la situació, una adequada cerca i interpretació de les dades, així com una correcta expressió de la resposta, tot i que cap d'aquestes no són tan acurades com en els dos primers exemples. El procés de resolució no està tan ben descrit com en les mostres anteriors. La transformació de les dades és anàloga, però en la resposta 4 la multiplicació no esdevé funcional perquè per a l'alumne encara té molta més força la suma.

### Resposta 5

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

3 d'anada i tornada que val 15€ i 2 de men que val 6,60€  
En total som 24,60 €

### Resposta 6

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

An a men de 4 anys el bitllet d'anada i tornada de men = 6,60 €  
An a men de 7 anys i de dos adults el bitllet d'anada i tornada d'adult = 12 €

Les respostes palesen que la comprensió de la situació, la selecció de les dades i la seva transformació són correctes. En aquests dos casos s'ha utilitzat el càlcul mental per a transformar les dades. L'expressió de la resposta és correcta en tots dos, però en la resposta 6 s'expressa el procés de resolució amb una mica més de detall, tot i que no s'arriba a donar el cost total dels bitllets.

### Resposta 7

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

Costaran 9'30€

### Resposta 8

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

19'60

$$\begin{array}{r} 3,90 \\ + 11,40 \\ + 8,20 \\ \hline 19,60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,90 \\ \times 5 \\ \hline 19,60 \end{array}$$

**Resposta 9**

5 Calcula quant costaran els bitllets de tots cinc si agafen l'opció més barata.

els bitllets costaran 9,45€

$$\begin{array}{r} 2,05€ \\ + 2,05€ \\ \hline 4,05 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,80€ \\ \times 3 \\ \hline 5,40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5,10 \\ + 4,05 \\ \hline 9,45 \end{array}$$

En tots tres exemples, l'alumne no ha comprès, per raons diverses, la situació del problema. La resposta 7 es refereix al preu més barat per a un sol viatger; per tant, es pot imaginar que l'alumne no ha interpretat bé el problema: ha passat per alt que el càlcul es referia als cinc viatgers de què parla tota l'activitat.

En la resposta 8, l'alumne interpreta que se li demana el preu de cinc bitllets fora del context d'anar i tornar, i es limita a calcular el preu dels cinc bitllets senzills, encara que sí que té en compte les característiques dels viatgers: dos nens i tres adults.

En l'exemple 9, les operacions i la resposta, només numèrica, fan pensar que no s'ha entès la situació del problema. La transformació de les dades no segueix un objectiu, s'opera sense criteri.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de la resolució de problemes

Els problemes aritmètics són alguns dels problemes que s'han de treballar en aquest cicle, però no els únics; així, es poden proposar problemes geomètrics, problemes de mesura directa, d'organització de la informació, de lògica...

Tots els problemes que es fan a l'aula haurien d'estar relacionats amb els contextos en els quals treballen els alumnes, ja sigui resolent problemes de la vida quotidiana, problemes relacionats amb el desenvolupament de projectes de treball de ciències socials, naturals, problemes d'interès per a la vida de l'escola...; i al mateix temps ser problemes que tinguin interès per al desenvolupament del coneixement matemàtic. El problema que s'ha analitzat és un problema de càlcul de pressupost, que resulta força habitual i funcional.

Els aspectes que cal considerar en la resolució d'aquest problema són:

- comprensió de la situació,
- cerca de les dades necessàries (interpretació de taules de doble entrada),
- organització de les dades,
- transformació, operació amb les dades,
- ús de diferents formes de càlcul i de diferents operacions,
- interpretació del resultat de les operacions i expressió de la resposta.

La relació dels problemes amb el context, que té interès per als alumnes, en facilita la comprensió i, per tant, la posada en marxa dels mecanismes de resolució, en la mesura que un problema no és un exercici pràctic sobre alguna regla explicada, sinó una situació que, per a resoldre-la, cal posar en marxa la comprensió de la situació i els coneixements que es tenen per a trobar la solució. Canviar les formes de presentació dels problemes ajuda a anar eixamplant-ne la comprensió.

El problema de l'excursió a Montserrat no incorpora en el seu plantejament totes les dades per a resoldre'l, sinó que els alumnes han hagut de destriar quines eren les dades pertinents dins de tota la informació que se'ls donava. La recerca de dades adequades és un dels aspectes a aprendre en la resolució de problemes.

En els problemes aritmètics cal operar amb dades numèriques. Al final de l'etapa d'educació primària els alumnes haurien d'estar familiaritzats amb els diferents conceptes associats a les operacions de sumar, restar, multiplicar i dividir. Respecte a la multiplicació i divisió, cal estar particularment alerta en el cicle superior, perquè encara que els alumnes sàpiguen aplicar els algorismes d'aquestes operacions, sovint no en reconeixen els conceptes en diferents situacions. La multiplicació com a suma reiterada, com a cardinal del producte cartesià, com a àrea del rectangle; la divisió com a acció de repartir, com a acció d'agrupar, etc. I al final de l'etapa haurien de poder combinar les diferents operacions, així com reconèixer les relacions inverses entre les unes i les altres, suma i resta, multiplicació i divisió.

Les tècniques de càlcul per a resoldre els problemes haurien de ser diverses, però sempre s'ha d'usar en primer lloc el càlcul aproximat per a adquirir una idea de quina pot ser la magnitud del resultat, i després es pot utilitzar el càlcul mental, escrit o amb calculadora. El càlcul és al servei dels problemes, i no pas a l'inrevés.

Un hàbit interessant a desenvolupar és la descripció per part dels alumnes del procés de resolució dels problemes, procés que no inclou només el càlcul, sinó també la recerca de dades i la seva organització. Aquesta descripció es pot fer oralment i per escrit. Si els problemes es resolen en grups de treball reduïts, té molt de sentit que els alumnes parlin de com encaren un problema i que facin una descripció acurada de la resolució. Resulta molt enriquidor recollir diferents maneres de resoldre un problema, així com diferents maneres de descriure el procés.

L'expressió de la resposta és l'últim graó del procés: ha de ser clara i coherent amb la pregunta; per tant, habitualment s'ha d'expressar en forma de frase, i no sols numèricament.

La comprovació del procés és un aspecte que també cal fomentar, perquè és bo entendre els possibles errors comesos com avisos que donen la pista que el camí triat no és l'idoni o bé no s'ha desenvolupat correctament, i que, per tant, cal refer-lo.

### **Sobre la resolució dels problemes aritmètics**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es realitza amb els alumnes per a l'aprenentatge dels problemes aritmètics,

- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge dels problemes aritmètics.

Es recomana començar responnent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es presenten problemes relacionats amb l'entorn de l'alumne, el context de l'aula, d'algun projecte, d'altres àrees, etc.				
2. Es presenten problemes de maneres diverses: oralment, per escrit, representats, etc.				
3. Es treballen problemes que tenen totes les dades explícites.				
4. Es treballen problemes on els alumnes han de buscar algunes dades.				
5. Es presenten problemes on s'han d'aplicar i combinar els diferents conceptes associats a les operacions de sumar, restar, multiplicar i dividir.				
6. Es treballen problemes utilitzant el càlcul aproximat.				
7. Es treballen problemes utilitzant el càlcul mental.				
8. Es treballen problemes utilitzant el càlcul escrit.				
9. Es treballen problemes utilitzant la calculadora o l'ordinador.				
10. Es presenten problemes oberts, que accepten solucions diverses.				
11. Es plantegen preguntes sobre la situació que es presenta en el problema per tal d'assegurar-ne la comprensió.				
12. S'encoratja els alumnes a fer-se preguntes sobre la situació problemàtica perquè de manera autònoma arribin a la interpretació del problema.				
13. S'anima els alumnes a representar el problema, ja sigui amb dibuixos, fent esquemes, amb nombres, etc. abans de resoldre'l.				
14. Un cop resolt, s'anima els alumnes a expressar oralment el procés seguit.				
15. Un cop resolt, s'anima els alumnes a expressar per escrit el procés seguit.				
16. Es treballen els problemes en grup reduït.				
17. Es treballen els problemes de manera individual.				
18. Es treballen els problemes en grup.				
19. Es fa reflexionar sobre la validesa o no del resultat obtingut.				
20. Es demana d'expressar la resposta en forma de text.				
21. Es demana de comprovar el procés i la resposta.				
22. Es posen en comú i es connecten els diferents camins de solució.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## Disseny d'una capsa

Es relaciona amb la competència següent:

**M2 Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.**

### Activitat 11

#### Disseny d'una capsa

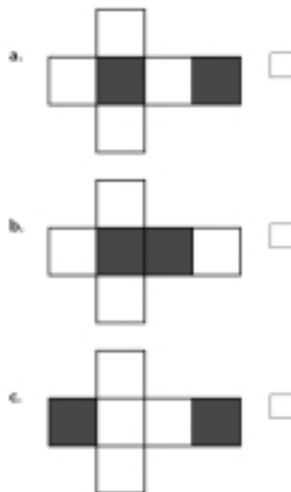
Una empresa d'embalatges ha dissenyat una capsa en forma de cub per posar-hi dins un cotxe miniatura.

La capsa, un cub, té dues cares oposades pintades d'un color més fosc.



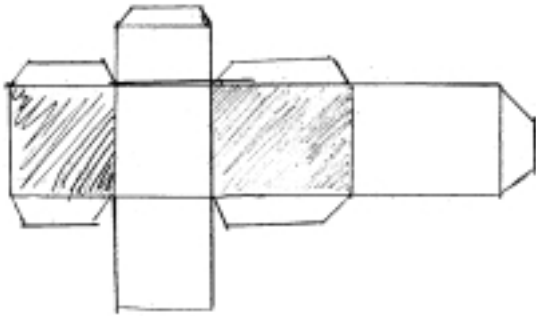
Ajuda'ts a fer el disseny del cub desplegable.

**1** Senyala amb una X quin d'aquests desplegaments correspon al cub que volen fer.

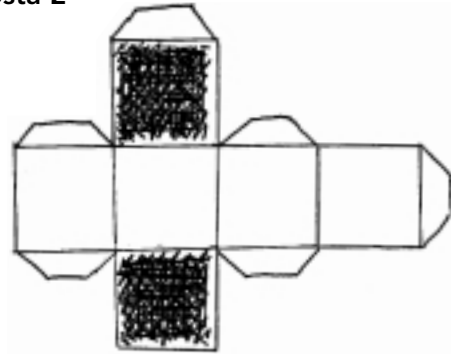


**2** Dibuixa un desplegament diferent de la mateixa capsa.

Resposta 1

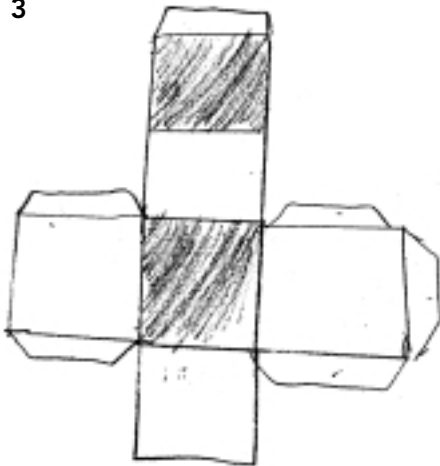


Resposta 2



Tots dos desenvolupaments s'ajusten al cub que ha de tenir dues cares oposades pintades i són diferents del desplegament que a l'exercici previ s'havia donat als alumnes. El segon desplegament està dibuixat amb més habilitat i d'una manera més precisa. En ambdós casos s'ha utilitzat el regle per a dibuixar.

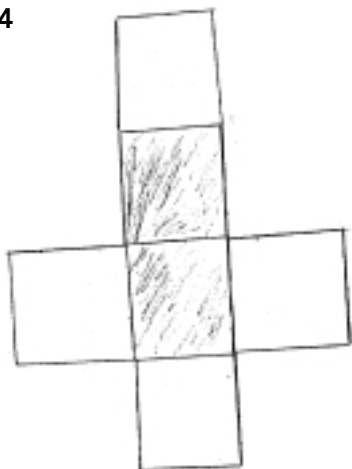
Resposta 3



El desplegament es correspon amb un cub, però es tracta del mateix de l'exercici anterior. El fet d'haver canviat la posició del desenvolupament porta l'alumne a pensar que es tracta d'un desenvolupament diferent. Aquest és un error que es dona molt freqüentment en fer geometria: el canvi de posició d'una figura sovint s'interpreta com una figura diferent.

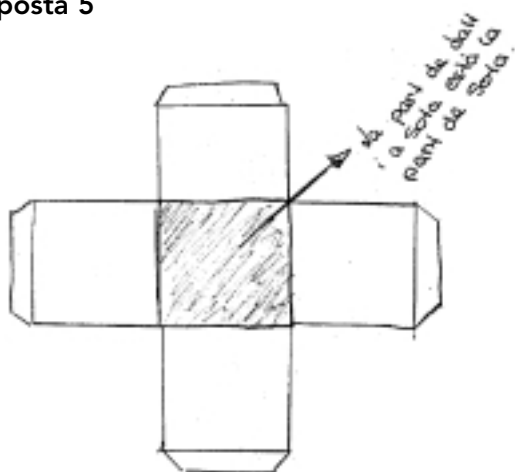


Resposta 4

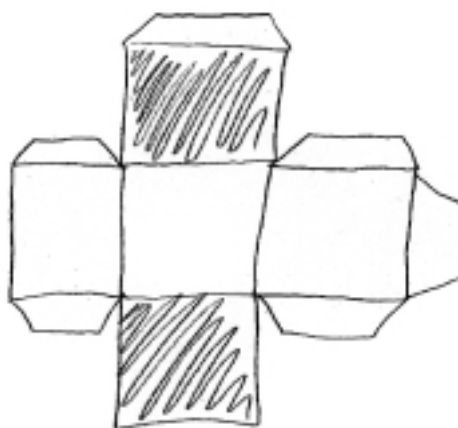


El desplegament correspon al cub, però no s'ajusta a la condició que dues cares oposades estiguin pintades. De vegades a alguns nens i nenes els resulta difícil imaginar el plegat del desenvolupament i necessiten la manipulació per a poder visualitzar la disposició espacial.

Resposta 5

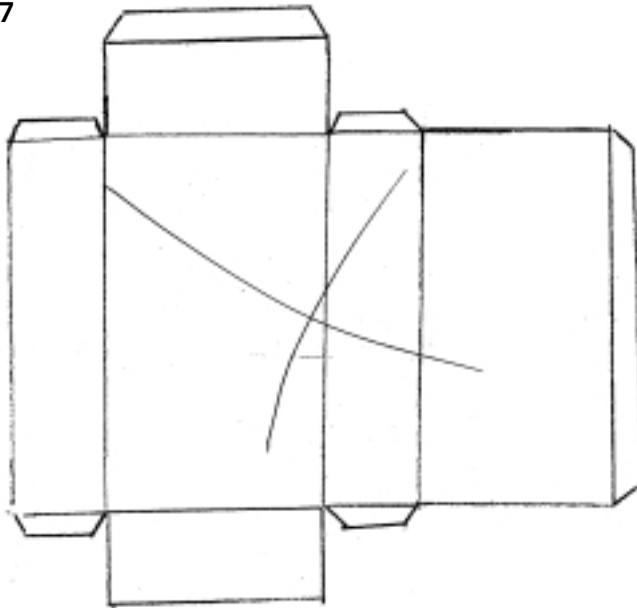


Resposta 6



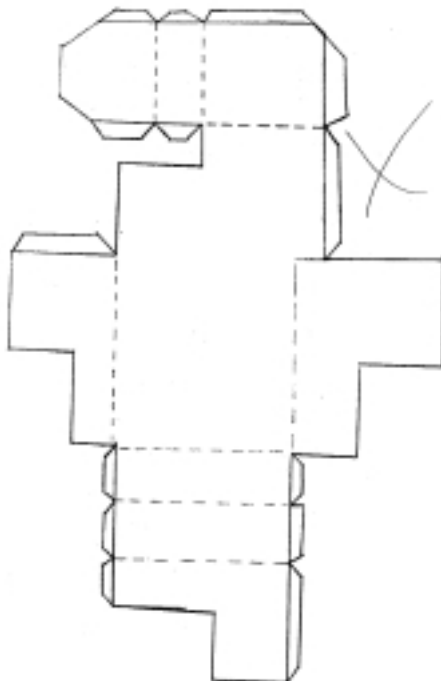
Tots dos dibuixos mostren que els alumnes representen el cub amb cinc cares i prou. No hi ha una bona imaginació espacial del desplegament del cub, en concret d'una de les característiques bàsiques de la figura: que té sis cares.

## Resposta 7



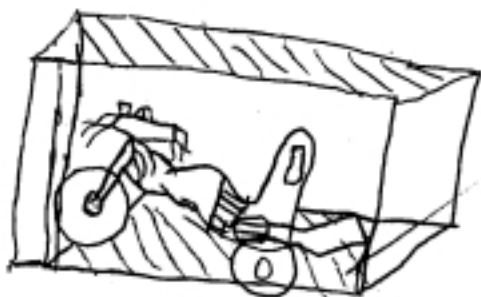
El desplegament correspon a un paral·lelepípede. L'alumne identifica que el desplegament ha de tenir sis cares i la disposició és correcta, però no ho és la forma de les cares.

## Resposta 8

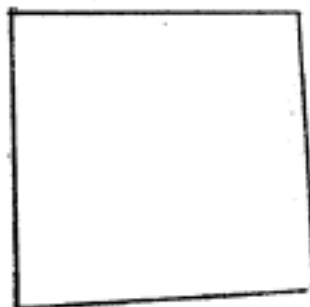


El desplegament no correspon al cub, i tampoc a cap prisma.

Resposta 9



Resposta 10



Hi ha dificultats per a comprendre el significat del desplegament pla d'una figura. En el primer dibuix es representa el cub amb una certa perspectiva i en el segon s'identifica amb un quadrat.

### Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de la geometria i sobre com ensenyar-la

Les activitats de geometria durant tota l'etapa d'educació primària haurien de tenir sempre un caràcter molt contextual i manipulatiu. És recomanable que estiguin lligades a l'observació de les formes de l'entorn i a la possibilitat d'experimentar amb les formes, ja sigui a través dels objectes ordinaris o de materials didàctics. Sovint es pot dur a terme un treball interdisciplinari amb l'àrea d'educació artística visual i plàstica, sempre que es vagin desenvolupant raonaments geomètrics a partir de les propostes d'activitats, de les preguntes del mestre i de les discussions entre els alumnes.

Des del començament del treball geomètric es poden desenvolupar activitats amb les formes de tres dimensions i amb les formes planes de manera simultània. L'activitat 11 de desplegament del cub relaciona justament les dues amb les tres dimensions.

En aquesta activitat es poden observar aspectes relacionats amb:

- la relació entre el desenvolupament pla del cub i el cub (tridimensional),
- les característiques del cub, figura amb sis cares quadrades,
- la situació espacial, que determina que dues cares siguin oposades; així com la distinció de desenvolupaments diferents,
- l'habilitat de dibuix de la figura.

Per tal que els alumnes avancin en l'aprenentatge dels desenvolupaments plans de les figures tridimensionals, cal proposar activitats geomètriques que vagin en diverses direccions. D'una banda, cal analitzar les característiques de les diferents formes tridimensionals i diferenciar-les, a partir de la classificació real d'objectes 3D, definir els elements de les diferents formes (cares, arestes, vèrtexs) i les seves relacions (paral·lelisme, perpendicularitat, angles...). D'una altra, cal desplegar

objectes 3D per a poder observar els diferents desplegaments, comparar-los i comprendre'ls, així com assajar el disseny de nous desplegaments prenent com a referents els que s'han analitzat en desplegar les formes.

Identificar formes iguals i discriminar les que són diferents, ja siguin 3D o planes, són dos objectius que van lligats en el treball geomètric. Tot sovint formes que són iguals, però que canvien la posició, es veuen com formes diferents, perquè la percepció visual és enganyosa. En aquest sentit els alumnes han d'anar integrant diferents recursos a fi de comparar geomètricament les formes, mitjançant la superposició, o bé mitjançant l'anàlisi dels seus elements.

La verbalització per part dels alumnes que justifiqui que dues formes són iguals, encara que aparentment difereixin, els porta a posar en funcionament els diferents conceptes geomètrics que han anat integrant.

L'habilitat en la representació geomètrica per mitjà del dibuix és un altre aspecte que cal desenvolupar al llarg de l'etapa. Les diferents tècniques s'han d'anar integrant a fi que esdevinguin útils als alumnes.

### **Sobre el desenvolupament del cub**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes per a l'aprenentatge de la geometria,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge de la geometria.

Es recomana començar responnent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

## Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Es busquen prismes entre els objectes i formes de l'entorn.				
2. S'analitzen els elements dels prismes: cares, arestes, vèrtexs.				
3. Es diferencien els prismes dels cossos rodons i de les piràmides.				
4. Es proposa discutir en grup i definir les característiques del prismes.				
5. Es classifiquen els prismes segons les seves característiques.				
6. Es despleguen prismes (caixes) i s'analitza el seu desplegament.				
7. Es relacionen els prismes i els seus desplegaments.				
8. Es proposa imaginar i dibuixar el desplegament d'un prisma i després construir-lo.				
9. S'identifiquen formes planes iguals, utilitzant tècniques diverses: superposició, anàlisi elements (costats, angles, etc.).				
10. Es proposa dissenyar i construir caixes per a usos concrets.				
11. S'utilitzen diferents tècniques de dibuix: a mà alçada, instruments de dibuix, TIC.				
12. Es fomenta que els alumnes expliquin com fan les seves construccions i se sotmeten a debat.				
13. Es potencia l'expressió de diferents maneres de construir una forma geomètrica.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## Situar decimals sobre la recta numèrica

Es relaciona amb la competència següent:

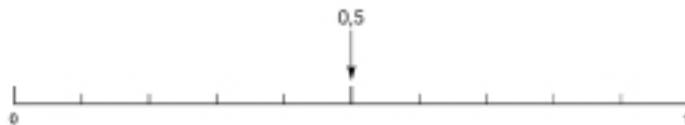
**M6 Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.**

### Activitat 3

a. Situa els números sobre la recta:

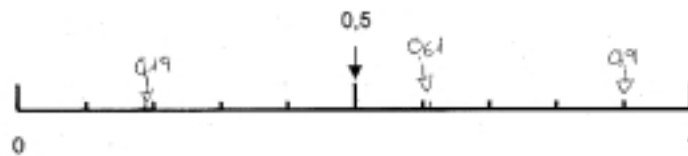
0,9    0,61    0,19

Exemple: 0,5



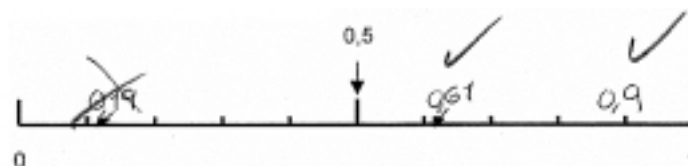
Es presenten un seguit d'exemples que mostren com diversos nens i nenes han resolt aquesta activitat, la qual ha estat triada perquè la recta numèrica és un molt bon recurs per a representar l'ordre dels nombres, la seqüència que segueixen un seguit de nombres. És una eina vàlida per a l'estudi dels diferents nombres: naturals, decimals, fraccionaris, enters.

### Resposta 1



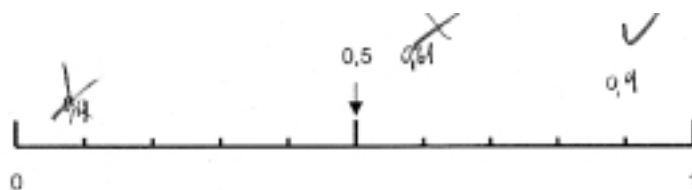
La resolució és correcta. El 0,9 –l'únic nombre amb dècimes i prou– és col·locat en el lloc exacte que li correspon. L'alumne comprèn que cada una de les marques de la recta representa les diferents dècimes de la unitat. El 0,61 s'acosta al 0,60; així com el 0,19 s'acosta al 0,20. Hi ha una comprensió del significat dels centèsims, encara que no es visualitzin damunt de la línia. L'alumne pot imaginar i per tant representar el lloc dels centèsims.

### Resposta 2



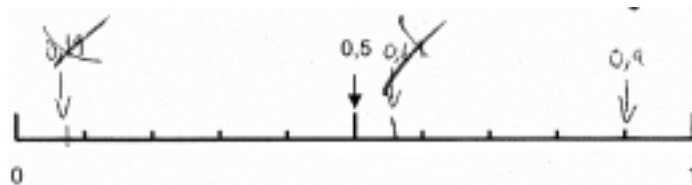
La solució mostra que hi ha una bona comprensió dels decimals amb dècimes: el 0,9 està en el lloc que li correspon, així com una ubicació correcta del 0,61, que s'acosta al 0,6. Es presenten els centèsims dins l'interval adequat i en el lloc adient. No passa el mateix en el cas del 0,19, que encara que està a l'interval pertinent, no està en el lloc correcte.

**Resposta 3**



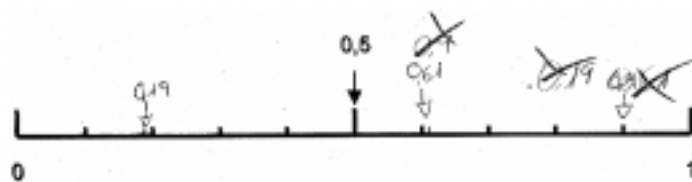
El 0,9 està ben col·locat, es pot pensar que hi ha força comprensió del que signifiquen les dècimes com a part de la unitat; però hi ha algunes dificultats per a ubicar els nombres que tenen centèsims, ja que no es col·loquen de manera precisa, tot i que l'aproximació és força acceptable. El 0,61 està damunt del 0,6. Però el 0,19 s'acosta més al 0,1 que al 0,2, la qual cosa representa una manca de comprensió pel que fa a l'aproximació, ja que té més força l'aparença perceptiva del nombre  $0,19 \rightarrow 0,1$  (tots dos tenen una dècima) que el valor del nombre.

**Resposta 4**



La dificultat radica en la comprensió dels centèsims, que en ambdós casos estan dins d'interval·ls que no es corresponen ( $0,19$  abans del  $0,1$ ;  $0,61$  abans del  $0,6$ ). Possiblement s'ha iniciat la imaginació del que representa un decimal en relació amb les dècimes, però no pel que fa a l'ordre dels centèsims.

**Resposta 5**



No hi ha comprensió del significat del nombre decimal, de cap dels seus ordres, ja que s'entén que el 0,9 és més petit que 0,19 i 0,61. Es valora el nombre per la seva aparença, com si fos un nombre natural: un nombre que té més xifres és més gran que un que en té menys. La magnitud del nombre decimal no es comprèn. El treball del nombre decimal associat a la mesura pot ajudar a millorar la comprensió de la seva magnitud, ja que la mesura real omple de contingut el nombre. No és el mateix 0,9 kg de galetes que 0,19 kg: és evident que en el primer cas n'hi ha moltes més.

## La recta del temps

**M6** Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.

### Activitat 9

Imagina que aquesta és la línia de la vida escolar d'una nena o d'un nen de la teva edat.

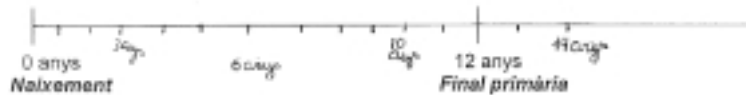


Situa damunt la línia i de forma precisa (utilitza el regle):

- a. El començament de l'educació primària, als 6 anys.
- b. L'entrada a l'escola, als 3 anys.
- c. L'acabament del cicle mitjà, als 10 anys.
- d. El futur, després del primer cicle d'ESO, als 14 anys.

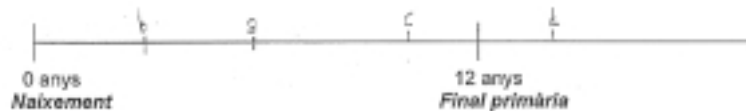
A continuació es presenten un seguit d'exemples que mostren com diversos nens i nenes han resolt aquesta activitat, la qual ha estat triada perquè la línia del temps és un recurs que s'utilitza molt per a situar de manera ordenada els fets temporalment.

### Resposta 1



L'alumne ha utilitzat un recurs propi per tal de col·locar de manera adequada tots els fets, ha dividit gràficament l'interval en 12 parts iguals i la unitat trobada l'ha traslladada de manera correcta fora de l'interval.

### Resposta 2



Situa damunt de la línia i de forma precisa:

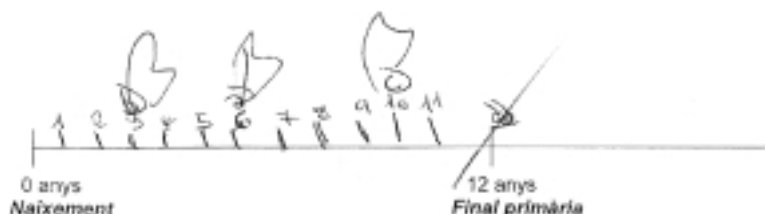
- a. El començament de l'educació primària, als 6 anys.
- b. L'entrada a l'escola, als 3 anys.
- c. L'acabament del cicle mitjà, als 10 anys.
- d. El futur, el final del primer cicle d'ESO, als 14 anys.

2012  
0,40183  
40



En aquest cas el recurs de dividir l'interval no és gràfic, sinó que és numèric. Tot i que la divisió no és correcta, l'aproximació realitzada permet a l'alumne ubicar els diferents fets d'una manera força raonable. De ben segur que per a trobar els diferents punts ha hagut d'utilitzar de manera correcta el regle, a partir del resultat de la divisió. Hi ha una bona interpretació del resultat, encara que aquest no sigui l'exacte.

**Resposta 3**



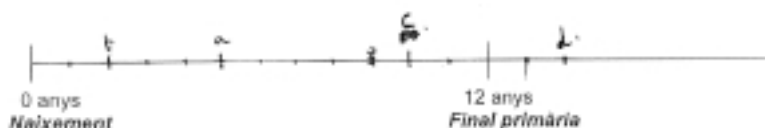
Novament apareix el recurs de la repartició gràfica de l'interval, que molt possiblement s'ha fet a cop d'ull, però d'una manera força aproximada. Aquesta repartició permet col·locar els tres primers fets. Però en aquest cas l'alumne no comprèn que la unitat trobada es pot fer servir per a representar-la fora de l'interval.

**Resposta 4**



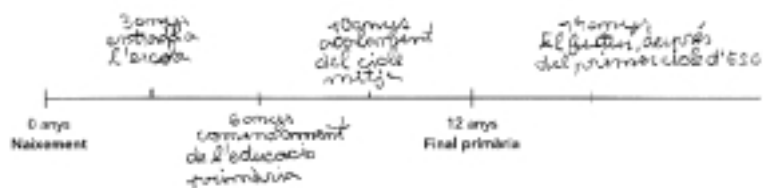
Una altra vegada s'utilitza el recurs de la repartició gràfica, que en aquest cas possiblement s'ha fet mitjançant el regle, d'una manera adequada. El problema radica en la col·locació dels primers fets, que no estan ben situats, perquè segurament l'alumne ha considerat que l'any 1 era l'origen de la recta; així, doncs, no ha previst el 0. Aquest és un error que es produeix tot sovint. Com ha pogut, en canvi, col·locar de manera correcta el 10 i el 14? La resposta pot estar en deduir que aquests dos punts els ha trobat a partir del 12 i no a partir de l'inici.

**Resposta 5**



Per a col·locar els dos primers fets, probablement l'alumne ha realitzat un exercici de meitats gràfiques. Primerament la meitat de l'interval porta a trobar el punt a i, en segon lloc, la meitat del segment (0a) porta a trobar el punt b. Per a trobar el punt c es pot observar que l'alumne ha fet tres parts de l'interval (a12), ja que aquest interval representa 6 anys, dels quals ha de representar 2/3 parts. La mesura trobada per a localitzar els 10 anys no la trasllada fora de l'interval.

## Resposta 6



Es localitzen bé els dos primers fets, segurament per meitats gràfiques, tal com es fa en la mostra anterior, però no hi ha referents per a ubicar els altres fets que no responen a l'exercici de meitats.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge de representació dels nombres decimals sobre la recta i de l'ús de la línia del temps

Els nombres decimals i també els fraccionaris ocupen una part important del treball de numeració al cicle superior. L'ordenació dels nombres és un aspecte cabdal del treball de la numeració. En aquest sentit la recta numèrica és un bon recurs per a anar comprenent quina és la posició de cada nombre i, per tant, en quin ordre es poden situar els diferents nombres decimals. A l'hora de treballar amb nombres decimals és interessant establir analogies amb els nombres naturals que ja estan més ben assolits. Cal destacar en cada cas quins nombres actuen com a referents, les unitats, o bé les dècimes. Amb els naturals, en representar-los sobre la recta, els referents poden ser les desenes, les centenes, etc. La referència d'uns nombres o d'altres depèn, en definitiva, de l'interval que es representi. Si es volen representar els nombres entre l'1 i el 5, possiblement els referents seran les unitats; en canvi, si l'interval és de l'1 al 2, els referents seran les dècimes.

Els referents dins la recta són un bon recurs per a acompanyar el treball d'aproximació dels nombres decimals, en la mesura que poder visualitzar la recta numèrica a l'hora d'aproximar facilita la situació relativa dels nombres i, doncs, l'aproximació.

Un dels processos més difícils relacionats amb la línia numèrica és la definició de l'interval i els referents dins de l'interval. La tria de l'interval a representar és una decisió difícil perquè no respon a cap automatisme, sinó que es dedueix del conjunt de nombres que s'han de col·locar. Si s'han de representar les alçades dels nens i nenes de la classe, possiblement l'interval anirà d'1,30 m a 1,70 m; però si s'ha de representar la diversitat de preus de sabates esportives, l'interval serà molt més ampli, potser de 25 € a 120 €. L'interval alhora és el que defineix les subdivisions de la recta. En la definició de les subdivisions també hi pren part el treball de repartiment, de divisió i de proporció. Aquest és un exercici molt complex, per això convé que l'alumnat s'hi vagi familiaritzant progressivament.

Tant els nombres decimals com els fraccionaris representen la quantificació de les magnituds contínues de la mesura; per tant, entre un nombre i un altre sempre es podran trobar nous nombres que ajustaran de manera més aproximada la mesura que es vol representar. Aquesta peculiaritat

dels nombres decimals i fraccionaris, cal anar-la posant de manifest, tot contrastant-la amb els nombres naturals, que quantifiquen magnituds discretes. La recta numèrica és un bon recurs per a facilitar la comprensió de la infinitud de nombres decimals i fraccionaris, en la mesura que facilita la visualització dels nombres.

### **Com treballar-ho**

La recta numèrica i la línia del temps són dos bons recursos per a visualitzar l'ordre dels nombres i dels fets, i per tant, ho són també per a anar integrant l'ordre d'uns i altres en la representació mental de cadascú. Aquest no és un aprenentatge simple ni senzill. És per això que l'estudi de tots els conjunts numèrics, així com l'ús de la línia del temps en totes les activitats relacionades amb el temps, i en especial del temps històric, requereix un treball llarg.

Cal que el mestre fomenti l'analogia entre l'ordre de nombres decimals o fraccionaris sobre la recta i l'ordre de nombres naturals, que en aquest cicle ja s'ha interioritzat. El fet de partir d'un aprenentatge consistent, com l'ordre en els nombres naturals, permet establir semblances i diferències amb els nous conjunts numèrics. Fomentar l'analogia comporta per part del mestre formular les preguntes pertinents que portin els alumnes a establir l'analogia.

Es fa convenient establir dins l'aula un diàleg que fomenti la participació dels alumnes a l'hora d'explicar com situen els nombres dins la recta, com els aproximen, quins referents utilitzen, quins són els intervals més idonis per a cada situació. Són els alumnes els qui han de verbalitzar el procés que els porta a prendre una decisió o l'altra. Establir converses sobre què han fet i com ho han fet, escoltar els parers dels altres companys i del mestre, els porta a ordenar i representar el procés mental que segueixen a l'hora de col·locar els nombres sobre la recta. Aquest procés es pot realitzar en el grup classe i en el petit grup de treball. Per al mestre, la conversa entre els alumnes és una font importantíssima d'informació sobre quins són els processos que segueixen els diferents alumnes a l'hora d'aprendre l'ordre numèric.

La presència funcional de la recta numèrica i de la línia del temps dins de l'aula, de manera que el mestre la utilitzi i es fomenti el seu ús entre els alumnes és un altre aspecte metodològic a considerar.

Resulta interessant promoure activitats obertes que facilitin que els alumnes usin diferents representacions gràfiques sobre l'ordre numèric, per a poder observar fins a quin punt cadascun ha anat integrant l'ús de la recta, ja sigui numèrica o del temps, com a recurs d'ordre.

## Sobre la recta numèrica

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes per a l'aprenentatge dels nombres i la seva representació en la recta numèrica,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge dels nombres i la seva representació en la recta numèrica en el centre.

Es recomana començar responnent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe es proposa als alumnes la realització d'activitats com...	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Situar nombres decimals sobre la recta numèrica.				
2. Aproximar nombres decimals sobre la recta numèrica.				
3. Relacionar els nombres decimals i fraccionaris sobre la recta numèrica.				
4. Definir un interval de la recta per a representar-hi nombres naturals.				
5. Definir un interval de la recta per a representar-hi nombres decimals.				
6. Definir un interval de la recta per a representar-hi nombres fraccionaris.				
7. Utilitzar la recta numèrica com a representació de la línia del temps de seqüències temporals.				
8. Definir les unitats de mesura sobre la recta numèrica o la línia del temps.				
9. Discutir en grup i establir les analogies entre l'ordre de nombres decimals, fraccionaris i naturals sobre la recta.				
10. Verbalitzar el procés que segueixen a l'hora de col·locar els nombres sobre la recta.				
11. Facilitar que els alumnes facin servir diferents representacions gràfiques sobre l'ordre numèric (recta numèrica o del temps).				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## Càlcul amb temps controlat

Es relaciona amb la competència següent:

**M1** *Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.*

### Activitat 5.1

a. Calcula de forma exacta:

$$25 \times 100 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$80 \times 300 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$1.500 : 100 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$4.000 : 20 = \boxed{\phantom{000}}$$

L'anàlisi d'algunes respostes dels exercicis de càlcul mental de multiplicar i dividir per diferents unitats seguides de zeros pot ajudar a entendre millor quines són les confusions més comunes que tenen els alumnes quan calculen. L'agilitat en aquest tipus de càlcul afavoreix la possibilitat d'imaginar la magnitud del resultat d'una multiplicació o divisió, després d'arrodonir-ne els termes.

### Resposta 1

a. Calcula de forma exacta:

$$25 \times 100 = \boxed{2500}$$

$$80 \times 300 = \boxed{24000}$$

$$1.500 : 100 = \boxed{15}$$

$$4.000 : 20 = \boxed{200}$$

Les respostes són correctes. L'alumne mostra el truc que utilitza per a no equivocar-se a l'hora de treure zeros als resultats de les divisions: marca els 0 que ha d'eliminar al dividend i divisor. En una multiplicació també marca els 0, però no els elimina, perquè segurament, després d'haver-los marcat, valora que ha de multiplicar i no pas dividir.

**Resposta 2**

a. Calcula de forma exacta:

$25 \times 100 = 2500$

$80 \times 300 = 24000$

$1.500 : 100 = 15000$

$4.000 : 20 = 80000$

L'alumne interpreta que totes les operacions són multiplicacions i les resol com si ho fossin. De les respostes es desprèn que multiplica bé, però no ha llegit correctament els signes de dividir. És freqüent que, en les operacions fetes amb límit de temps, no es pari prou atenció al canvi d'ordre; així, doncs, si s'ha començat multiplicant, es continua multiplicant.

**Resposta 3**

a. Calcula de forma exacta:

$25 \times 100 = 2500$

$80 \times 300 = 8000$

$1.500 : 100 = 1500$

$4.000 : 20 = 4000$

En aquest cas l'alumne interpreta que totes les operacions són divisions per la unitat seguida de 0. Sempre divideix, per 100 o per 10; no llegeix el signe de multiplicar, ni el 300, ni el 20. De vegades els alumnes s'acostumen a multiplicar i dividir per 10, 100, 1.000; però poques vegades ho fan per altres unitats seguides de zeros, que no siguin justament l'1.

## Ús de la calculadora

Es relaciona amb les competències següents:

**M1** Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

**M4** Usar amb propietat instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, quan calgui.

### Activitat 7

**1** Busca els números que falten a cada operació. Si vols, pots utilitzar la calculadora.

a.  $74,24 + 29,3 - 16,74 = \boxed{\phantom{00}}$

b.  $40,5 + 324,25 + \boxed{\phantom{00}} = 500$

c.  $32 \times \boxed{\phantom{00}} = 1.824$

**2**

a. La divisió  $789 : 17$ , és exacta?

b. Troba el quocient i el residu de  $789 : 17$ .

Quocient:

Residu:

L'anàlisi d'algunes respostes d'aquesta activitat ofereix mostres per a conèixer millor quines relacions estableixen els alumnes entre les diferents operacions, així com per a veure les relacions, tal com els alumnes entenen que hi ha, entre els diferents termes d'una operació, i també per a entendre millor quin ús fan dels nombres decimals.

## Resposta 1

1 Busca els números que falten a cada operació. Si vols, pots utilitzar la calculadora.

a.  $74,24 + 29,3 - 16,74 = 86,8$

b.  $40,5 + 324,25 + 135,25 = 500$

c.  $32 \times 0,057 = 1,824$

2

a. La divisió  $789 : 17$ , és exacta?

$46,411764$

b. Troba el quocient i el residu de  $789 : 17$ .

Quocient:  $46$

Residu:  $411764$

Les dues primeres operacions són correctes, però en l'apartat c, quan ha de buscar el factor d'una multiplicació, l'alumne interpreta que el punt, que correspon als milers, és la coma decimal. Aquest error mostra que possiblement l'alumne no està gaire acostumat a usar la calculadora i per això desconeix la notació decimal a la màquina. En el segon exercici no dóna resposta a la pregunta de si la divisió és o no exacta, i confon el residu amb la part decimal del quocient, no identifica els diferents termes de la divisió.

## Resposta 2

a.  $74,24 + 29,3 - 16,74 = 86,8$

b.  $40,5 + 324,25 + 85,75 = 500$

c.  $32 \times 58,368 = 1,824$

En l'apartat b l'alumne no busca un sumand de la suma, sinó que suma tots els sumands i el resultat. Mostra no conèixer prou la relació que hi ha entre els sumands i el resultat de la suma. Si hagués comprovat o aproximat el càlcul, hauria pogut trobar l'error. L'aproximació i la comprovació són pràctiques en les quals cal insistir quan s'usa la calculadora.

En l'apartat c novament hi ha un desconeixement de la relació que hi ha entre els factors d'un producte i el seu resultat, ja que és impossible tenir un factor amb decimals si l'altre factor i el resultat són nombres sencers.



**Resposta 3**

a.  $74,24 + 29,3 - 16,74 = 86,8$

b.  $40,5 + 324,25 + 14639 = 500$

c.  $32 \times 57 = 1.824$

A banda de l'error de càlcul operatiu del sumand de l'apartat b, hi ha problemes en la interpretació i ús dels nombres decimals i en la valoració de la magnitud dels nombres que es busquen. En la primera operació la magnitud dels nombres porta a pensar que el nombre que falta serà de l'ordre de les desenes, i en la segona de les centenes; tanmateix, l'alumne en el primer cas dona per resposta un nombre centenar, i en el segon cas un nombre de l'ordre de les desenes de miler.

**Resposta 4**a. La divisió  $789 : 17$ , és exacta?
 Sí
b. Troba el quocient i el residu de  $789 : 17$ .

Quocient: 46

Residu: 54

L'alumne no entén correctament el significat de l'exactitud de la divisió, ja que afirma que la divisió és exacta, però al mateix temps es troba el quocient i un residu que no és zero. Hi ha també un error de càlcul en el residu, que no interpreta com impossible, perquè el residu és més gran que el divisor. Una vegada més s'observa que hi ha dificultats en conèixer la relació entre els termes de la divisió.

**Resposta 5**

a.  $74,24 + 29,3 - 16,74 = 86,8$

b.  $40,5 + 324,25 + 135,25 = 500$

c.  $32 \times 1392 = 1.824$

Els dos primers apartats són correctes, però es pot observar una altra vegada que hi ha un desconeixement de la relació existent entre els factors i el producte, així com manca de comprensió de les operacions inverses. L'alumne resta al producte el valor d'un factor per trobar l'altre factor, això porta a interpretar que l'alumne cregui que l'operació inversa de la multiplicació és la resta i no pas la divisió.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge del càlcul

La finalitat de l'educació primària quant al càlcul s'orienta cap al foment del càlcul funcional i amb sentit d'acord amb les necessitats i mitjans tècnics del món en què vivim. El càlcul dins de l'escola ha de fomentar-se dins de contextos amb significat per als alumnes, que els facilitin el procés de valoració dels resultats d'acord amb la situació que ha provocat el càlcul. En aquesta línia el presupost d'un berenar de 7 o 8 amics no pot ser de l'ordre de centenars d'euros, ni de l'ordre de les unitats d'euro.

Al cicle superior es fa imprescindible continuar el treball de càlcul mental amb temps controlat iniciat als cicles anteriors. El càlcul funcional i amb sentit necessita la posada en marxa del càlcul aproximat per a valorar els resultats, del càlcul realitzat amb calculadora o per escrit. El càlcul aproximat només pot funcionar sobre una sòlida base de càlcul mental, així com una bona aproximació numèrica. Així, doncs, el càlcul mental ha d'esdevenir la base i fonament de tot el càlcul a l'educació primària.

L'automatització del càlcul mental requereix un treball sistemàtic, tant pel que fa a la regularitat com a l'organització dels continguts del càlcul d'acord amb una programació establerta. Cada sessió de càlcul ha de tenir implícites la posada en marxa d'un seguit d'estratègies que els alumnes puguin construir.

El càlcul mental necessita la repetició per tal d'anar automatitzant-lo, però també requereix la reflexió del procés que es va fent mentalment. La verbalització d'aquest procés sovint facilita l'establiment de relacions entre els termes de les operacions i el descobriment de "trucs" que són conseqüència de les propietats de les operacions (reagrupament de factors en un producte o sumands en una suma, propietat associativa; canvi d'ordre dels termes en una suma o multiplicació, propietat commutativa; equivalència de restes o divisions, propietat uniforme; etc.).

La reiteració del càlcul mental comporta la recerca de diferents formes de presentació per a aconseguir captar més l'atenció dels alumnes. Es poden trobar diferents activitats que el fomentin: sessions col·lectives, jocs, sessions de treball individual amb suport TIC, sessions de treball en grup reduït. Sovint, però, quan els alumnes entren dins la dinàmica de jugar amb els nombres i les operacions, gaudeixen molt en les sessions.

Els alumnes han d'aprendre a fer servir la calculadora com a instrument de càlcul que estalvia càlculs llargs.

Un aspecte molt important que s'ha de treballar a l'aula és aprendre a triar la tècnica de càlcul més adient. Sovint si es tracta de nombres senzills o rodons la millor serà el càlcul mental, però en canvi si els càlculs que s'han de fer són gaire més llargs i complexos, probablement cal usar la màquina de calcular, si es té a mà, i, si no és així, el càlcul escrit. Difícilment els alumnes podran aprendre a triar si no disposen de la màquina de calcular.

Les calculadores no solament són una ajuda per a fer càlculs feixucs, sinó que poden ser el motor de la recerca de les propietats de les operacions i els nombres. Cercar el factor d'una multiplicació amb la calculadora significa entendre que la divisió és l'operació inversa de la multiplicació.

Aquest tipus d'activitats és convenient realitzar-les en petit o gran grup, pel fet que són marcs favorables a la discussió i a l'intercanvi de parers.

### **Què ensenyar a càlcul**

Al cicle superior el càlcul mental s'ha de treballar amb nombres naturals senzills i rodons i amb totes les operacions, però també s'hi han d'incorporar els nombres decimals en sumes i restes i en multiplicacions per dècims exactes (0,1; 0,2; ...; 0,5) o per alguns centèsims (0,25; 0,75).

Caldria automatitzar la multiplicació i la divisió per les unitats seguides de 0, ja que esdevenen la clau per a valorar la magnitud dels resultats de multiplicacions i divisions un cop aproximats els seus termes. Quan s'ha de valorar el resultat d'una operació com aquesta amb una calculadora ( $398 \times 1.189$ ), es poden aproximar els dos factors a 400 i 1.200, i multiplicar-los  $400 \times 1.200 = 480.000$  de seguida es veu clar que l'ordre de l'operació és de les centenes de miler. Aquest tipus de càlcul l'hauria de poder decidir de fer i dur-lo a terme qualsevol alumne en finalitzar l'educació primària.

El treball amb aquestes multiplicacions i divisions es fonamenta en la descomposició factorial dels nombres i en la comprensió del sistema de numeració decimal. En aquest sentit resulta convenient establir analogies entre els productes senzills i els productes entre nombres grans i nombres decimals.

$$4 \times 12 = 48$$

$$40 \times 120 = 4.800$$

$$0,4 \times 12 = 4,8$$

En aquest cicle cal posar especial atenció al comportament en les operacions de multiplicar i dividir dels decimals compresos entre 0 i 1. Els alumnes han integrat que la multiplicació és sinònim d'augment, mentre que la divisió redueix els nombres. Cal fer explícit que amb els decimals entre 0 i 1 el comportament dels nombres és justament invers, la multiplicació redueix i la divisió augmenta. En aquest sentit resulta convenient comentar-ho i portar els alumnes a la justificació i raonament d'aquestes paradoxes. Si s'estableix la relació entre els nombres decimals i els fraccionaris, fàcilment poden entendre que multiplicar per 0,1 és el mateix que dividir per 10 en la mesura que  $0,1 = 1/10$ .

La màquina de calcular pot facilitar el descobriment de les operacions inverses, així com les propietats d'algunes operacions i les relacions entre els termes d'una operació. Trobar el residu d'una divisió amb una calculadora que no té càlcul de residus comporta conèixer i manejar molt bé les relacions entre el dividend, el divisor i el quocient.

### **Sobre el càlcul amb temps controlat i l'ús de la calculadora**

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes per a l'aprenentatge del càlcul mental en temps controlat,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge del càlcul mental amb temps controlat.

Es recomana començar responent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Se segueix una programació de càlcul (mental, escrit, ús de la calculadora) que garanteixi la coherència i la progressió de dificultats.				
2. Es treballa el càlcul d'una manera funcional.				
3. Es treballa el càlcul exacte.				
4. Es treballa el càlcul aproximat.				
5. Es treballa el càlcul per mitjà d'activitats diversificades: treball en grup, individualment, jocs, TIC, etc.				
6. Es fan exercicis de descomposició factorial d'un nombre. Es busquen els factors d'una multiplicació.				
7. Es multipliquen nombres naturals per les diferents unitats seguides de 0.				
8. Es multipliquen nombres decimals per les diferents unitats seguides de 0.				
9. Es divideixen nombres naturals per les diferents unitats seguides de 0.				
10. S'estableixen analogies entre els productes o divisions amb nombres senzills i la multiplicació o divisió per les unitats seguides de 0.				
11. Es fan activitats que permetin imaginar la magnitud del resultat d'una operació: suma, resta, multiplicació i divisió.				
12. Es busquen els diferents termes d'una divisió: quocient, residu, dividend, divisor; a partir dels termes coneguts.				
13. Es fan activitats per reconèixer la suma i la resta com operacions inverses.				
14. Es fan activitats per reconèixer el producte i la divisió com operacions inverses.				
15. Es juga amb les relacions entre la multiplicació i la suma.				
16. Es juga amb les relacions entre la divisió i la resta.				
17. Es facilita la verbalització per part dels alumnes de les estratègies de càlcul emprades.				
18. S'usa la calculadora per a fer càlculs llargs i comprovar càlculs escrits.				
19. Es valora la magnitud dels resultats amb la calculadora.				
20. S'usa la calculadora per a descobrir propietats de les operacions i dels nombres.				
21. Es fomenta la decisió del tipus de càlcul més oportú en cada situació: càlcul mental, escrit o ús de la calculadora.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## Lectura de gràfics i interpretació de gràfics: una excursió pel Pirineu

Es relaciona amb la competència següent:

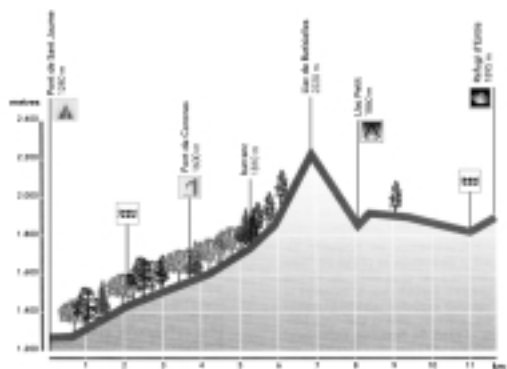
**M6 Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.**

### Activitat 10

Una excursió pel Pirineu

**1** Amb un grup de companys, heu fet una excursió pel Pirineu. Observa el perfil d'aquesta excursió i completa les dades que falten a la taula posterior.

Ritinerari: des del càmping de Sant Jaume fins al refugi d'Estós



Lloc	Altitud aproximada (en metres)	km recorreguts	Hora (en hores i minuts)
Font de Sant Jaume	1.240 m	0,0 km	9 h 30 min
Font de Corcozes		3,7 km	10 h 20 min
Lac de Batailles	2.220 m		12 h 10 min
Lac Petit			12 h 50 min
Refugi d'Estós	1.985 m	11,6 km	13 h 45 min

Amb l'ajuda del gràfic i de la taula anterior, contesta les preguntes següents:

**2** La part més cansada de l'excursió és:

- a. els primers dos quilòmetres.
- b. el segon terç.
- c. l'última quarta part.

**3** L'últim tram de l'excursió, des del lac Petit fins al refugi, sembla més planer. Digues:

- a. Quina distància hi ha entre el lac Petit i el refugi d'Estós? .....
- b. Quant temps heu tardat a fer aquest tram? .....

**4** Imagina que has d'escriure un text a la revista de l'escola, explicant l'excursió i fent una descripció dels llocs per on heu passat. Fixa't bé en el gràfic. Per ajudar-te, ja tens escrit el començament de la descripció.

"A dos quarts de deu del matí hem sortit del càmping del Font de Sant Jaume, que és a 1.240 m d'altitud, en un zone de prats molt verds. Al començament hem anat pujant per dins d'un bosc molt espès, fins a travessar un riu que dala me'ha sigut. Hem continuat pel bosc i, quan jo estàvem una mica cansats, hem arribat a

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

L'anàlisi d'algunes respostes d'aquesta activitat ofereix mostres per a conèixer millor el procés que segueixen els alumnes a l'hora de buscar informació explícita i implícita en el gràfic i per a expressar la informació del gràfic en forma de text.

Resposta 1

Lloc	Altitud aproximada (en metres)	km recorreguts	Horari (en hores i minuts)
Pont de Sant Jaume	1.240 m	0,0 km	9 h 30 min
Font de Coronas	1600	3,7 km	10 h 20 min
Llac de Batsielles	2.220 m	6,95 km	12 h 10 min
Llac Petit	1860	8,1 km	12 h 50 min
Refugi d'Estós	1.895 m	11,6 km	13 h 45 min

2 La part més cansada de l'excursió és:

- a. els primers dos quilòmetres.
- b. el segon terç.
- c. l'última quarta part.

3 L'últim tram de l'excursió, des del llac Petit fins al refugi, sembla més planer. Digues:

- a. Quina distància hi ha entre el llac Petit i el refugi d'Estós? 3,5 km
- b. Quant temps heu tardat a fer aquest tros? 55 minuts

4 Imagina que has d'escriure un text a la revista de l'escola, explicant l'excursió i fent una descripció dels llocs per on heu passat. Fixa't bé en el gràfic. Per ajudar-te, ja tens escrit el començament de la descripció.

"A dos quarts de deu del matí hem sortit del càmping del Pont de Sant Jaume, que és a 1.240 m d'altitud, en una zona de prats molt verds. Al començament hem anat pujant per dins d'un bosc molt espès, fins a travessar un riu que duia molta aigua. Hem continuat pel bosc i, quan ja estàvem una mica cansats, hem arribat a la font de coronas. Hem tingut temps per beure aigua i jugar una mica. Quan ens hem tornat a posar en marxa, ens hem conilat amb una guisa gran i hem seguit. Quan portàvem cosa de 20 minuts ens hem trobat un boscanc que hem agut de passar per un pont per després al cap d'hora i 1/2 hem arribat al llac de Batsielles, on hem descansat una mica. Després hem baixat per la muntanya fins arribar al llac Petit. Hem continuat fins passar un altre riu i arribar al Refugi d'Estós que era el nostre destí. Allà hem dinat i jugat una hora fins ho hem passat d'alb més!!

L'alumne interpreta la informació del gràfic i és capaç d'omplir tots els buits de la taula tant amb la informació explícita com amb la més implícita. Respon les preguntes correctament i transforma les dades necessàries també correctament. Calcula bé el temps de l'últim tram de l'excursió.

En el text també es demostra que la informació global i concreta que ha integrat l'alumne és bona. Malgrat que no incorpora informació concreta d'alçades i distàncies, la descripció de tot el recorregut s'ajusta al gràfic.

### Resposta 2

Lloc	Altitud aproximada (en metres)	km recorreguts	Horari (en hores i minuts)
Pont de Sant Jaume	1.240 m	0,0 km	9 h 30 min
Font de Coronas	1600 m	3,7 km	10 h 20 min
Llac de Batisielles	2.220 m	5,9 km	12 h 10 min
Llac Petit	A B C D op	8,1 km	12 h 50 min
Refugi d'Estós	1.895 m	11,6 km	13 h 45 min

2 La part més cansada de l'excursió és:

- a. els primers dos quilòmetres.
- b. el segon terç.
- c. l'última quarta part.

3 L'últim tram de l'excursió, des del llac Petit fins al refugi, sembla més planer. Digues:

13,45 Quina distància hi ha entre el llac Petit i el refugi d'Estós? 5,5 km

12,50 Quant temps heu tardat a fer aquest tros? 95 minuts

06,45

4 Imagina que has d'escriure un text a la revista de l'escola, explicant l'excursió i fent una descripció dels llocs per on heu passat. Fixa't bé en el gràfic. Per ajudar-te, ja tens escrit el començament de la descripció.

"A dos quarts de deu del matí hem sortit del càmping del Pont de Sant Jaume, que és a 1.240 m d'altitud, en una zona de prats molt verds. Al començament hem anat pujant per dins d'un bosc molt espès, fins a travessar un riu que dóna molta aigua. Hem continuat pel bosc i, quan ja estàvem una mica cansats, hem arribat a

Quan portàvem cosa de 20 minuts ens hem trobat un barranc que hem agut de passar per un pont per després al cap d'hora i 1/2 hem arribat al llac de Batisielles, on hem descansat una mica després hem baixat per la muntanya fins arribar al llac Petit. Hem continuat fins passar un altre riu i arribar al Refugi d'Estós que era el nostre destí. Allà hem dinat i jugat un rato fins ho hem passat d'allí més!!

L'alumne respon bé les preguntes que es refereixen a la informació explícita del gràfic i a la majoria de les relacionades amb la informació implícita; però no transforma correctament les dades relacionades amb el temps. Opera amb les expressions de temps com si fossin decimals, tal com es pot observar en la resta 13:45 – 12:50. En aquest cas no es pot contrastar la interpretació de la informació amb l'escriptura del text.

Resposta 3

Lloc	Altitud aproximada (en metres)	km recorreguts	Horari (en hores i minuts)
Pont de Sant Jaume	1.240 m	0,0 km	9 h 30 min
Font de Coronas	1.600	3,7 km	10 h 20 min
Llac de Batsielles	2.220 m	6,8 Km	12 h 10 min
Llac Petit	1.860 m	8,1 Km	12 h 50 min
Refugi d'Estós	1.895 m	11,6 km	13 h 45 min

2 La part més cansada de l'excursió és:

- a. els primers dos quilòmetres.
- b. el segon terç.
- c. l'última quarta part.

3 L'últim tram de l'excursió, des del llac Petit fins al refugi, sembla més planer. Digues:

- a. Quina distància hi ha entre el llac Petit i el refugi d'Estós? 3,5 Km
- b. Quant temps heu tardat a fer aquest tros? 57 h 55 min

4 Imagina que has d'escriure un text a la revista de l'escola, explicant l'excursió i fent una descripció dels llocs per on heu passat. Fixa't bé en el gràfic. Per ajudar-te, ja tens escrit el començament de la descripció.

"A des quarts de deu del matí hem sortit del càmping del Pont de Sant Jaume, que és a 1.240 m d'altitud, en una zona de prats molt verds. Al començament hem anat pujant per dins d'un bosc molt espès, fins a travessar un riu que dóna molta aigua. Hem continuat pel bosc i, quan ja estàvem una mica cansats, hem arribat a el Font de Coronas de 1.600 m d'altitud en contínuament i ens vam asseure a un banc que feia 1.810 metres d'altitud després en pujar una pujada de molta pendent i ens vam asseure a el llac de Batsielles de 2.220 m d'altitud després en arribar una canada i un casc a el llac petit hi havia una cascada de (seu quan dia) en contínuament hi era a l'altitud a un riu que era molt tranquil i mit després en arribar el refugi d'Estós d'una 1.895 m d'altitud i havia quedat i aquí com a l'altitud de partida

L'alumne extreu correctament tota la informació del gràfic excepte la relacionada amb el temps. Interpreta que, per a calcular la durada de l'últim tram, ha de sumar totes les hores d'arribada a cadascun dels indrets de l'excursió. L'alumne no ha fet una valoració del resultat d'aquest últim càlcul perquè la resposta és molt desajustada (57 hores i 55 minuts).

El text dona mostres que l'alumne ha interpretat globalment la situació i hi ha introduït els referents d'altitud.



### Resposta 4

Lloc	Altitud aproximada (en metres)	km recorreguts	Horari (en hores i minuts)
Pont de Sant Jaume	1.240 m	0,0 km	9 h 30 min
Font de Coronas	1600 m	3,7 km	10 h 20 min
Llac de Batsielles	2.220 m		12 h 10 min
Llac Petit	1860		12 h 50 min
Refugi d'Estós	1.895 m	11,6 km	13 h 45 min

2 La part més cansada de l'excursió és:

- a. els primers dos quilòmetres.
- b. el segon terç.
- c. l'última quarta part.

3 L'últim tram de l'excursió, des del llac Petit fins al refugi, sembla més planer. Digues:

- a. Quina distància hi ha entre el llac Petit i el refugi d'Estós? 35 m
- b. Quant temps heu tardat a fer aquest tros? 95 m

4 Imagina que has d'escriure un text a la revista de l'escola, explicant l'excursió i fent una descripció dels llocs per on heu passat. Fes't bé en el gràfic. Per ajudar-te, ja tens escrit el començament de la descripció.

"A dos quarts de deu del matí hem sortit del càmping del Pont de Sant Jaume, que és a 1.240 m d'altitud, en una zona de prats molt verds. Al començament hem anat pujant per dins d'un bosc molt espès, fins a travessar un riu que té molta aigua. Hem continuat pel bosc i, quan ja estàvem una mica cansats, hem arribat a la Font de Coronas i hem descansat. Després hem continuat caminant i hem arribat a un alt lloc on s'ha saltat i hem arribat al llac de Batsielles. Ja estabem cansats i vam anar al llac Petit a repartir energies. Hem continuat caminant fins a trobar el curs alt d'un riu, baixava l'aigua amb molta força però l'em pagut passar. En acabar l'excursió heu entrat a la cabana Refugi d'Estós i en punt de la nit alla."

L'alumne troba algunes informacions explícites del text, però mostra dificultats en la interpretació de la informació implícita i global. No reconeix el tram més cansat del recorregut i mostra confusions en les unitats de longitud, expressa metres en comptes de quilòmetres, i el càlcul del temps tampoc no és correcte. El text mostra que considera els referents no numèrics.

Resposta 5

Lloc	Altitud aproximada (en metres)	km recorreguts	Horari (en hores i minuts)
Pont de Sant Jaume	1.240 m	0,0 km	9 h 30 min
Font de Coronas	1600 m	3,7 km	10 h 20 min
Llac de Batisielles	2.220 m	2 km	12 h 10 min
Llac Petit	1860	1 km	12 h 50 min
Refugi d'Estós	1.895 m	11,6 km	13 h 45 min

2 La part més cansada de l'excursió és:

- a. els primers dos quilòmetres.
- b. el segon terç.
- c. l'última quarta part.

3 L'últim tram de l'excursió, des del llac Petit fins al refugi, sembla més planer. Digues:

- a. Quina distància hi ha entre el llac Petit i el refugi d'Estós? 1895 m
- b. Quant temps heu tardat a fer aquest tros? 1 h

4 Imagine que has d'escriure un text a la revista de l'escola, explicant l'excursió i fent una descripció dels llocs per on heu passat. Fixa't bé en el gràfic. Per ajudar-te, ja tens escrit el començament de la descripció.

"A dos quarts de deu del matí hem sortit del càmping del Pont de Sant Jaume, que és a 1.240 m d'altitud, en una zona de prats molt verds. Al començament hem anat pujant per dins d'un bosc molt espès, fins a travessar un riu que dula molta aigua. Hem continuat pel bosc i, quan ja estòvem una mica cansats, hem arribat al refugi d'Estós, és un refugi molt petit i molt recollidor. Quan em pugut estar a l'altitud ja estic com roncant tota l'encara que a l'ora de creuar tota estarem a l'altitud quan ja era fosc però començava a sentir una calor a l'encara insuportable tra el bosc que s'estava cremant! A cap de 5 minuts em vindria un helicòpter i em va recollir a tots. Des de dalt estarem mirant com es cremava tot i els arbres intentant apagar el foc!"

Les diferents respostes demostren força confusió a l'hora d'interpretar la informació. Es pot deduir que l'alumne no llegeix la informació dels eixos del gràfic, confon el concepte d'alçada amb el de distància, i no valora globalment el recorregut.

El text mostra una manca de comprensió global de la situació, ja que no s'ajusta a la informació que se li ha proporcionat.

## Algunes consideracions sobre el procés d'aprenentatge d'interpretació i construcció de gràfics

Al final de l'etapa d'educació primària els alumnes haurien de ser competents en la lectura i interpretació dels tipus de gràfics més comuns: taules horàries, gràfics de barres, gràfics continus. En aquest sentit, cal que l'activitat d'interpretar gràfics estigui present de manera regular i periòdica dins l'aula, en qualsevol de les àrees curriculars.

A banda d'extreure i comprendre bé la informació que aporta el gràfic, cal anar oferint la possibilitat de prendre consciència dels recursos que s'utilitzen a l'hora de llegir un gràfic. Lectura del títol, lectura de la llegenda, dels eixos, dels nombres, del text dins del gràfic, de la relació entre un eix i l'altre. Els gràfics no solament enumeren informació, sinó que la relacionen: aquest aspecte cal fer-lo evident, parlar-ne i fer que els alumnes en parlin, perquè és un dels que comporten més dificultat a l'hora d'interpretar la informació.

Els alumnes han de poder llegir i interpretar les informacions que són explícites i d'altres que queden més amagades, però que també hi són, i que sovint demanen una lectura més acurada, de transformació de dades, de relacionar un eix i l'altre del gràfic, de comprendre bé els nombres i les unitats de mesura que utilitzen.

En aquest cicle es pot ensenyar a expressar en paraules allò que es pot llegir en un gràfic, ja sigui en forma d'explicació oral o de text escrit. Aquesta és una tasca que de primer caldrà fer col·lectivament a fi que els alumnes disposin de referents a l'hora de realitzar-la, i després es podrà dur a terme en grup reduït i finalment individualment.

La construcció de diferents tipus de gràfics d'acord amb la informació a expressar és una altra de les tasques a desenvolupar en aquest cicle. En aquesta tasca cal buscar informació que per als alumnes tingui sentit expressar-la en un gràfic, ja sigui perquè és informació que els interessa molt, o bé perquè desitgen manifestar-la a la classe, a l'escola, a la revista, etc.

Cada informació necessita un gràfic o un altre, aquesta és una activitat que cal comentar i discutir a classe. Si es parla de quines activitats extraescolars fan els nens i nenes de la classe, probablement els gràfics de barres seran més idonis, si es parla de la velocitat d'un Formula 1 en un circuit, serà el gràfic de punts i de l'organització de l'horari setmanal, la taula de doble entrada.

Per a la construcció de gràfics és un bon recurs l'ús de les TIC, ja sigui en aplicacions didàctiques o usant el programa EXCEL, ja que faciliten molt la feina i permeten canviar aspectes d'una manera ràpida.

En la interpretació de la informació d'alguns gràfics es poden començar a analitzar característiques com la mitjana, la moda, la mediana, els valors extrems, que de ben segur facilitaran la comprensió de la informació.

## Sobre la interpretació i la construcció de gràfics

El següent qüestionari permet als mestres:

- analitzar el treball que es duu a terme amb els alumnes per a l'aprenentatge de la lectura i interpretació de gràfics,
- reflexionar sobre la metodologia més adient per a treballar-ho,
- prendre decisions sobre la gestió docent per a afavorir l'aprenentatge de la lectura i interpretació de gràfics.

Es recomana començar responnent la graella individualment, i continuar amb una posada en comú dels mestres del cicle a fi d'arribar a acords de millora.

### Qüestionari

A classe es proposa als alumnes la realització d'activitats com...	Molt sovint	Sovint	Alguna vegada	Gairebé mai
1. Llegir gràfics en les diferents àrees curriculars.				
2. Extreure informació explícita de gràfics: pictogrames, barres, taules de doble entrada, gràfics continus.				
3. Extreure informació implícita de gràfics: pictogrames, barres, taules de doble entrada, gràfics continus.				
4. Analitzar els elements d'un gràfic: títol, llegenda, eixos, intervals, unitats de mesura, etc.				
5. Pensar preguntes a partir de la informació d'un gràfic.				
6. Discutir com extreure informació d'un gràfic.				
7. Traduir la informació d'un gràfic a un text.				
8. Construir gràfics de barres, pictogrames, taules de doble entrada, gràfics continus.				
9. Traduir una informació textual a un gràfic prèviament dissenyat.				
10. Decidir els intervals més adients per a un gràfic.				
11. Decidir i discutir quin és el gràfic més oportú per a una informació.				
12. Usar els mitjans d'informació per a interpretar gràfics sobre informació d'actualitat.				
13. Usar les TIC per a construir gràfics de diferents tipus.				

Una vegada estudiats en grup els resultats de la graella, l'equip de mestres pot plantejar-se preguntes i arribar a acords sobre:

- quines de les propostes es treballen a les aules?
- quines no es treballen prou i s'hi podrien incorporar?
- quines es consideren prioritàries? (Es recomana triar-ne algunes, ordenar-les i planificar-ne l'aplicació.)
- com s'avaluaran?

## Annex 1. Relació ítems-competències

CICLE INICIAL		1. Comparar	2. Recta	3. Completar igualtats	4. Taula 0 – 99	5. Camí de l'escola	6. Quantitats dibuixos	7. Calendari	8. Flors a classe	9. Dibuix quadrícules	10. Nombre que falta	11. Tot a 10 €	12. Mes núvol/sol	13. Retoladors	14. On és?	15. Activitat oral	
M1	a) temps controlat	X	X	X	X												
	b) temps no controlat						X		X			X	X	X			
M2						X				X					X		X
M5						X			X					X			
M7			X				X	X			X		X				
L13																	X

CICLE MITJÀ		1. Comparar - completar	2. operacions ràpides	3. Càlcul aproximat	4. Triar operació	5. Sèries	6. Endevinalles	7. Dia de platja	8. Parxís	9. Recta	10. Salt	11. Rectangle	12. Mesures	13. Tiquet de compra	14. Classe de plàstica	15. Ordenar passos	16. Transformar triangles	17. Repartidor de pa	18. Itinerari	19. Plegat de paper	20. Oral
M1	a) exacte temps controlat	X	X		X																
	b) exacte no controlat					X	X		X						X			X			
	c) aproximat			X																	
M2												X					X		X	X	
M3								X		X	X		X							X	
M4																	X			X	
M5					X				X					X	X		X				
M6	a) signes/xifres								X				X								X
	b) gràfic									X	X	X									
M7								X	X	X	X	X	X								
L12					X			X								X		X			
L13																					X
L16																			X		
L17																			X		
SN23														X						X	

CICLE SUPERIOR		1. Operacions	2. > 0 <	3. Recta	4. Endeivalles	5. Operacions	6. Sèries	7. Calculadora	8. Trencats	9. Vida escolar	10. Excursió	11. Capsa	12. Xarop	13. Notícia %	14. Piles	15. Montserrat	16. Chillida	17. Població ciutats	18. Pati escola	19. Dibuix geomètric	20. Temperatura
M1	a) exacte temps controlat	X	X		X	X															
	b) exacte no controlat			X			X	X			X		X	X		X		X			
	c) aproximat					X					X							X			
M2								X			X					X		X	X		
M3										X		X			X	X			X		
M4							X		X	X									X	X	
M5												X	X	X	X					X	X
M6	a) signes/xifres							X						X							
	b) gràfic									X	X			X				X			X
M7			X						X			X		X	X						
L12				X								X	X		X						
L16										X											
L17										X											
SN23										X		X		X	X						X

## Annex 2. Relació competències-continguts

Cicle inicial	Cicle mitjà	Cicle superior
<b>M1 Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per a comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.</b>		
- Comparació de parelles de nombres, bàsicament desenes. (1) (6)	- Comparació de parelles de nombres: centenes. (1)	- Comparació i ordre de nombres decimals fins als centèsims. (2) (17) - Comparació i ordre de fraccions simples (mitjos, quarts, terços). (2)
- Situació de nombres en la recta numèrica. (2)		- Col·locació de fraccions damunt la recta numèrica. (13)
		- Arrodoniment de grans nombres. (17)
- Localització de nombres en la taula de la primera centena. (4)	- Reconeixement i justificació de propietats numèriques dins la taula de la primera centena. (6)	
	- Reconeixement de sèries numèriques i geomètriques. (5)	- Reconeixement del patró d'una sèrie. (6)
		- Reconeixement de fraccions equivalents. (13)
		- Reconeixement i interpretació de la notació decimal acompanyada dels milions en els grans nombres (2,5 milions). (17)
- Descomposició del 10 en diversos sumands. (11)	- Composició i descomposició de nombres additivament i factorialment. (8)	- Composició i descomposició de la unitat amb nombres decimals. (1) - Composició i descomposició factorial dels nombres. (4) - Reconeixement de la relació de múltiple i del divisor. (4) - Reconeixement de les propietats i peculiaritats dels nombres: múltiples, divisors, nombres primers, nombres quadrats. (4)
- Establiment d'igualtats amb sumes i restes. (3) - Maneig d'una situació de resta. (13)	- Establiment d'igualtats amb sumes i restes amb nombres de 3 i 4 xifres a partir d'analogies amb la desena. (1) (2) - Sumes i restes relacionades. (17)	- Sumes i restes de decimals. (1) (12) - Sumes i restes de grans nombres. (17)
	- Aproximació de resultats de sumes i restes. (3)	- Aproximació de sumes i restes de nombres naturals i decimals. (5)
- Maneig d'una situació de suma repetida per a trobar el resultat. (8)	- Multiplicació per 10. (2)	- Multiplicació d'un decimal per un natural. (12) - Automatització de la multiplicació i la divisió per les unitats seguides de 0. (5) - Previsió de la magnitud de l'ordre del resultat d'una multiplicació i divisió. (5)
- Ús d'estratègies per a fer recompte ràpid. (12)	- Ús d'estratègies de compensació per a sumar i restar, i d'algunes propietats de les operacions. (2) - Dobles i meitats. (1) (2) - Ús d'estratègies per a associar situacions i operacions i trobar el resultat. (4)	- Ús d'estratègies de càlcul mental: compensar, associar, operacions inverses... (5) - Ús de les propietats de les operacions per a agilitar el càlcul. (7)
<b>M2 Usar tècniques de representació geomètrica per a descriure, raonar i projectar canvis en les formes i en els espais.</b>		
- Ús de criteris perceptius: forma, color, mida, gruix, posició, per a comparar. (15)		
- Reproducció d'una forma. (9)		- Dibuix del desenvolupament d'un cub en determinades condicions. (11)
- Interpretació i ús de termes que indiquen localització. (14) (15)	- Interpretació i ús de termes que indiquen localització a partir d'un plànol. (18)	- Establiment de la relació de diferents indrets d'una fotografia amb el plànol que li correspon. (16)
- Pas de l'ordre directe a l'ordre invers. (5)	- Transformació de figures: de triangles a quadrilàters. (16) - Transformació de rectangles mantenint l'àrea. (11)	- Identificació del punt de vista d'una fotografia. (16) - Realització del desenvolupament pla d'un cub. (11)
- Reconeixement de formes simples incloses en unes altres de més complexes. (15)	- Interpretació d'instruccions gràfiques per a fer papiroflèxia. (19)	- Descomposició d'una figura en diverses parts. (8) (18)

Cicle inicial	Cicle mitjà	Cicle superior
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Diferenciació dels angles, rectes, aguts i obtusos en un polígon.</li> <li>- Reconeixement dels polígons segons el nombre de costats. (19)</li> <li>- Justificació d'algunes característiques relacionades amb els costats i els angles dels quadrilàters. (19)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seguiment d'una sèrie geomètrica. (6)</li> </ul>
<b>M3 Emprar amb precisió i criteri les unitats de mesura.</b>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Equivalència entre notacions de quilos i grams. (12)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ús amb criteri de les unitats de capacitat i pes. (12)</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesura del temps, notacions de rellotge analògic i digital i equivalència. (7) (12)</li> <li>- Localització de dates en un interval de temps. (9)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Interpretació de la mesura de temps expressada amb nombres complexos. (10) (14) (15)</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesura directa de longituds. (19)</li> <li>- Interpretació de l'equivalència entre notacions en centímetres i traducció a metres. (10)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realització d'equivalències d'unitats de longitud. (18)</li> </ul>
<b>M4 Usar amb propietat instruments i tècniques per a dibuixar, mesurar i calcular, quan calgui.</b>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ús del regle per a transformar polígons i per a fer mesura directa. (16) (19)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesura precisa de longituds, aproximant als mil·límetres. (9)</li> <li>- Càlcul de distàncies sobre un gràfic de punts. (10)</li> <li>- Ús funcional del concepte de perímetre. (18)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconeixement de la quadrícula més gran possible sobre una superfície. (18)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma i resta de nombres complexos referits al temps. (10)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ús de la calculadora de manera oportuna, segons el càlcul que calgui fer. (7)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dibuix de diferents polígons amb l'ajuda de les TIC. (19)</li> </ul>
<b>M5 Planificar i seguir alguna estratègia per resoldre un problema i modificar-la, si no és prou eficaç.</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problema geomètric, ordre invers. (5)</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problema amb sumes repetides en les quals cal cercar les dades. (8)</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problema de resta amb dades desordenades. (13)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconeixement de passos intermedis en un procés de resolució. (17)</li> </ul>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elaboració de diverses solucions per a un mateix problema. (8)</li> <li>- Reconeixement de la funció de les diferents operacions en la resolució de problemes. (4)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realització d'un pressupost d'acord amb unes condicions. (15)</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Resolució d'una situació de proporció a partir de l'ús de dobles i meitats. (14)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Generalització d'una informació basada en la proporció. (13)</li> <li>- Generalització d'una informació basada en mitjanes. (20)</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconeixement i ordre en els passos de resolució d'un problema. (15)</li> </ul>	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Planificació d'una estratègia per a fer funcional un prospecte de medicació. (12)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presa de decisions a l'hora de resoldre un problema. (14)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Justificació de la solució d'un problema. (14)</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relació de les característiques geomètriques d'una figura per a dibuixar un polígon. (19)</li> </ul>



Cicle inicial	Cicle mitjà	Cicle superior
<b>M6 Usar i interpretar llenguatge matemàtic, com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos, per a descriure fenòmens quotidians.</b>		
	- Ús de notacions per a indicar una descomposició. (8)	
	- Ús de la recta per a indicar temps, fraccions d'any. (9)	- Ús de la recta per a situar-hi nombres decimals. (3) - Ús de la recta per a situar-hi esdeveniments personals. (9)
	- Ús dels gràfics de barres per a representar dades numèriques. (10) - Interpretació de la informació presentada en taules. (10) (11) (20) - Interpretació de diverses notacions per a indicar un mateix pes. (12)	- Interpretació de la funció dels dos eixos de coordenades en un gràfic continu. (10) (20) - Interpretació de la informació d'un gràfic de barres. (20) - Interpretació de la informació de dins una taula. (10) (20) - Interpretació de la funció que tenen els nombres i els símbols dins un gràfic. (10) (20) (17) - Relació entre els gràfics de temperatura de dos indrets diferents. (20)
		- Relació entre la notació % i la fracció. (13) (8)
		- Relació entre les diferents maneres d'expressar una fracció. (13)
<b>M7 Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificar temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.</b>		
- Interpretació dels nombres que hi ha en el calendari. (7) - Els nombres del calendari, del rellotge, del regle i de les cases d'un carrer. (10)	- Els nombres del rellotge analògic i digital. (7)	
	- Els nombres en un tiquet de compra: data, hora, quantitat i preu. (13)	- Interpretació de la funció dels diferents nombres dins un text. (12) - Interpretació de la diferent funció que tenen els nombres dins un gràfic. (10) (14) (15) (18) (20)
	- Els nombres per a indicar mesura de longitud. (10) - Els nombres per a indicar mesura de longitud, pes i capacitat (notacions diverses). (12)	
- Interpretació de la situació d'uns nombres dins un interval. (2)		- Els nombres dins un interval temporal. (9)
- Relació de la magnitud del nombre i la de la quantitat. (6)		