

SITUACIONS D'APRENTATGE A L'ESO

Quin cademat és més segur?



Berta Barquero i Marianna Bosch

bbarquero@ub.edu, marianna.bosch@ub.edu

Investigadores principals del projecte

Facultat d'Educació. Universitat de Barcelona

OBJECTIU PRINCIPAL:

Facilitar el disseny i la implementació de **situacions d'aprenentatge** a l'ESO a través la metodologia dels **recorreguts d'estudi i investigació (REI)**.



Lab_inquiry

OBJECTIUS:

Facilitar el disseny i la implementació de **situacions d'aprenentatge** a l'ESO a través la metodologia dels **recorreguts d'estudi i investigació (REI)**.

- Hem dissenyat un **REI pilot sobre problemes de comptar** que s'ha experimentat durant 4 cursos consecutius a 3r i 4t d'ESO amb **professorat expert i novell**
- Aquest curs volem constituir una **comunitat de docents** que vulguin implementar-lo a l'aula, col·laborant entre ells i amb el **suport de l'equip d'investigadors**
- Facilitem inicialment tots els **recursos didàctics** (amb Google Classroom) i un seguiment paral·lel
- **A la llarga**, la comunitat de docents hauria d'adquirir **eines per al disseny de situacions d'aprenentatge** i poder fer adaptacions i nous dissenys a partir de les seves necessitats

Lab_inquiry

Què és un *recorregut d'estudi i investigació*?

- És una metodologia per dissenyar i implementar **situacions d'aprenentatge**, que estem experimentant en classes de matemàtiques i altres disciplines STEM
- Té per objectiu cobrir una part del temari però amb una organització diferent:
 - Es parteix una **qüestió oberta** que els estudiants han d'abordar amb l'ajuda del professorat
 - L'estudi de la qüestió dura **vàries sessions** (6-8) i acaba amb la presentació oral d'una proposta de resposta
 - Hi ha **activitats d'investigació** on els estudiants treballen en grup per intentar respondre a la qüestió
 - Hi ha també **activitats d'estudi** on el o la docent presenten nous continguts i eines que cal aprendre per abordar la qüestió
 - S'**avalua** amb un examen escrit sobre el temari (individual) i amb informes parcials, així com la presentació final de la resposta (en grup)

Labinquiry

Per què implementar un *recorregut d'estudi i investigació*?

- Incorporar habilitats de **qüestionament, recerca, experimentació i resolució de problemes** en l'ensenyament de les matemàtiques
- Introduir els **continguts curriculars de forma motivada**, com a eines per respondre qüestions reals: apropar les matemàtiques al món
- Donar resposta a la necessitat d'incorporar **situacions d'aprenentatge** a l'ensenyament



Una forma diferent d'entendre les matemàtiques: treballar en grup, prendre's la qüestió seriosament i dedicar-li varies sessions, fer-se preguntes, organitzar-se i prendre decisions, comentar i discutir les estratègies, escriure diaris o informes de progrés i presentar-los oralment

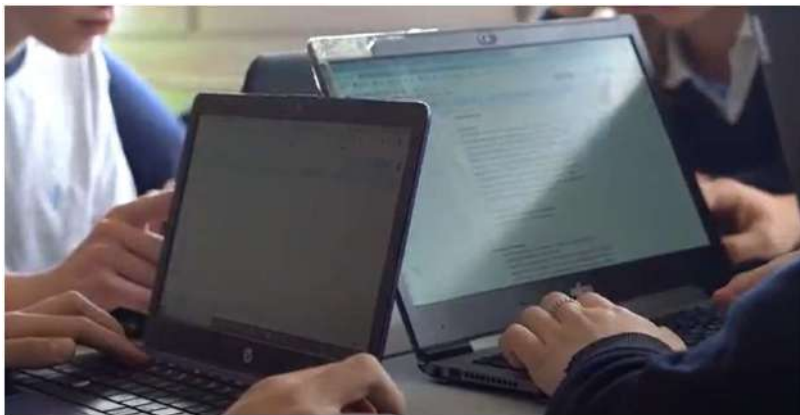
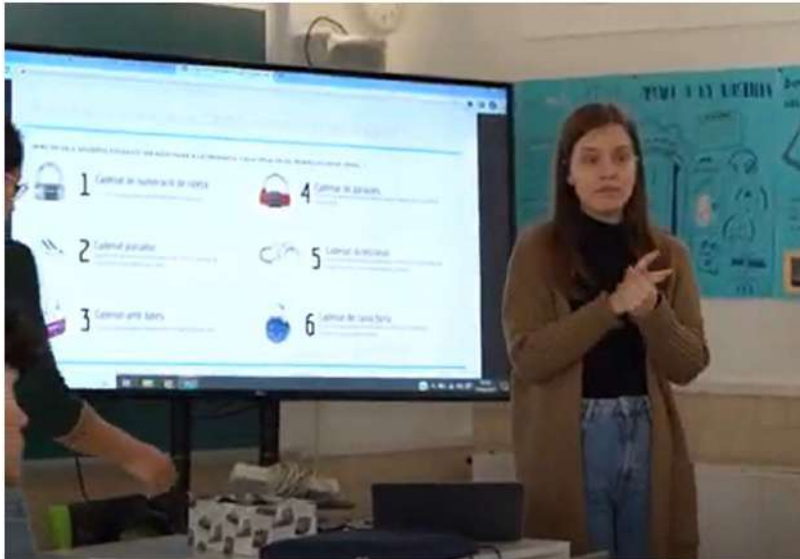
Aquests canvis no es poden fer de forma immediata i espontània. Cal introduir-los progressivament, tant per a l'alumnat com per al professorat

Proposta de REI. Quin cadenat és més segur?

- Problema social de les contrasenyes i la seguretat cibernètica
- Ús de material manipulatiu per facilitar la recerca



L'alumnat s'organitza en grups de 3-4, cadascú té un cadenat i han de "comptar" les combinacions. Calen diferents estratègies (fer llistes, estructurar el recompte, etc.) fins arribar a les fórmules de combinatòria (permutacions, variacions, combinacions). En acabar, es resolen problemes de combinatòria associant-los amb els cadenats.



Proposta de REI. Quin cademat és més segur?

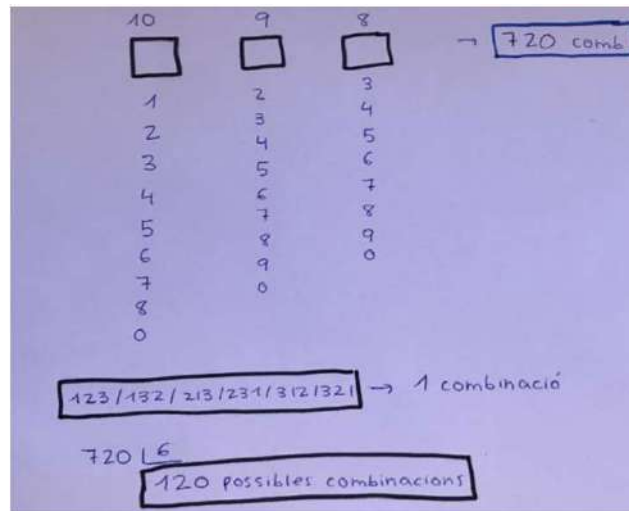
- Problema social de les contrasenyes i la seguretat cibernètica
- Ús de material manipulatiu per facilitar la recerca



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0000	0001	0002	0003	0004	0005	0006	0007	0008	0009
0010	0011	0012	0013	0014	0015	0016	0017	0018	0019
0020	0021	0022	0023	0024	0025	0026	0027	0028	0029
0030	0031	0032	0033	0034	0035	0036	0037	0038	0039
0040	0041	0042	0043	0044	0045	0046	0047	0048	0049
0050	0051	0052	0053	0054	0055	0056	0057	0058	0059
0060	0061	0062	0063	0064	0065	0066	0067	0068	0069
0070	0071	0072	0073	0074	0075	0076	0077	0078	0079
0080	0081	0082	0083	0084	0085	0086	0087	0088	0089
0090	0091	0092	0093	0094	0095	0096	0097	0098	0099
0100	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108	0109
0110	0111	0112	0113	0114	0115	0116	0117	0118	0119
0120	0121	0122	0123	0124	0125	0126	0127	0128	0129
0130	0131	0132	0133	0134	0135	0136	0137	0138	0139
0140	0141	0142	0143	0144	0145	0146	0147	0148	0149
0150	0151	0152	0153	0154	0155	0156	0157	0158	0159
0160	0161	0162	0163	0164	0165	0166	0167	0168	0169
0170	0171	0172	0173	0174	0175	0176	0177	0178	0179
0180	0181	0182	0183	0184	0185	0186	0187	0188	0189
0190	0191	0192	0193	0194	0195	0196	0197	0198	0199

Fer llistes

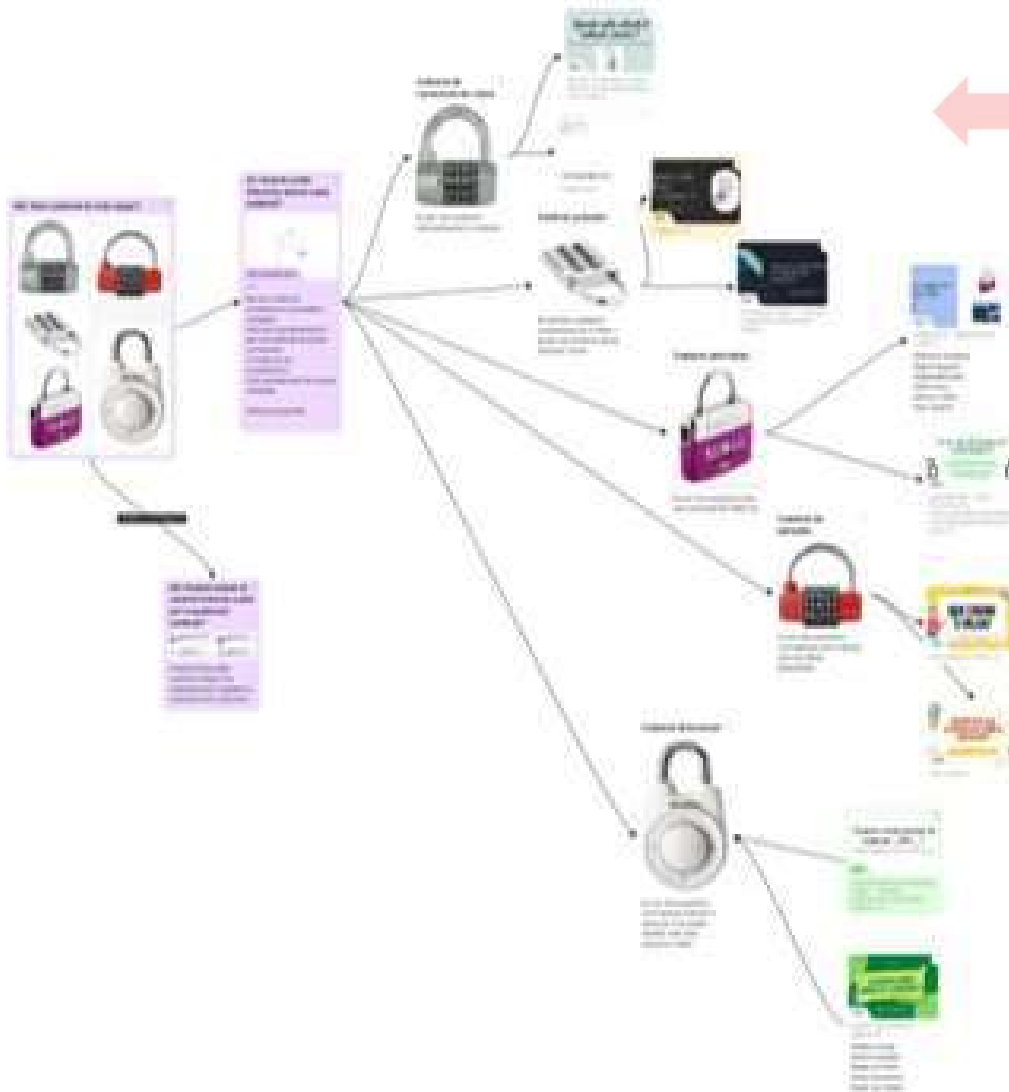
Deduir càlculs



Let m mean the number of cells and n the number of elements in each cell:		
<p>All combinations allowed</p>	<ul style="list-style-type: none"> The order matters Elements can be repeated Variation with repetition: $VR_{n,m} = n^m$	$VR_{10,4} = 10^4$
<p>Only combinations without repeated elements</p>	<ul style="list-style-type: none"> The order matters Elements cannot be repeated Variation without repetition: $V_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!}$	$V_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$
<p>Only combinations without repeated elements and $n = m$</p>	<ul style="list-style-type: none"> Same case than before but with $n = m$ Permutation: $P_n = n!$	$P_4 = 4!$
<p>Combinations pressing 3 of 10 numerical keys</p>	<ul style="list-style-type: none"> The order does not matter Elements cannot be repeated Combination: $C_{n,m} = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$	$C_{10,3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{2 \cdot 3}$

Estudiar les fórmules

Proposta de REI. Quin cadenat és més segur?



Estructura del recorregut que els grups d'alumnes van desenvolupant

Classificació final

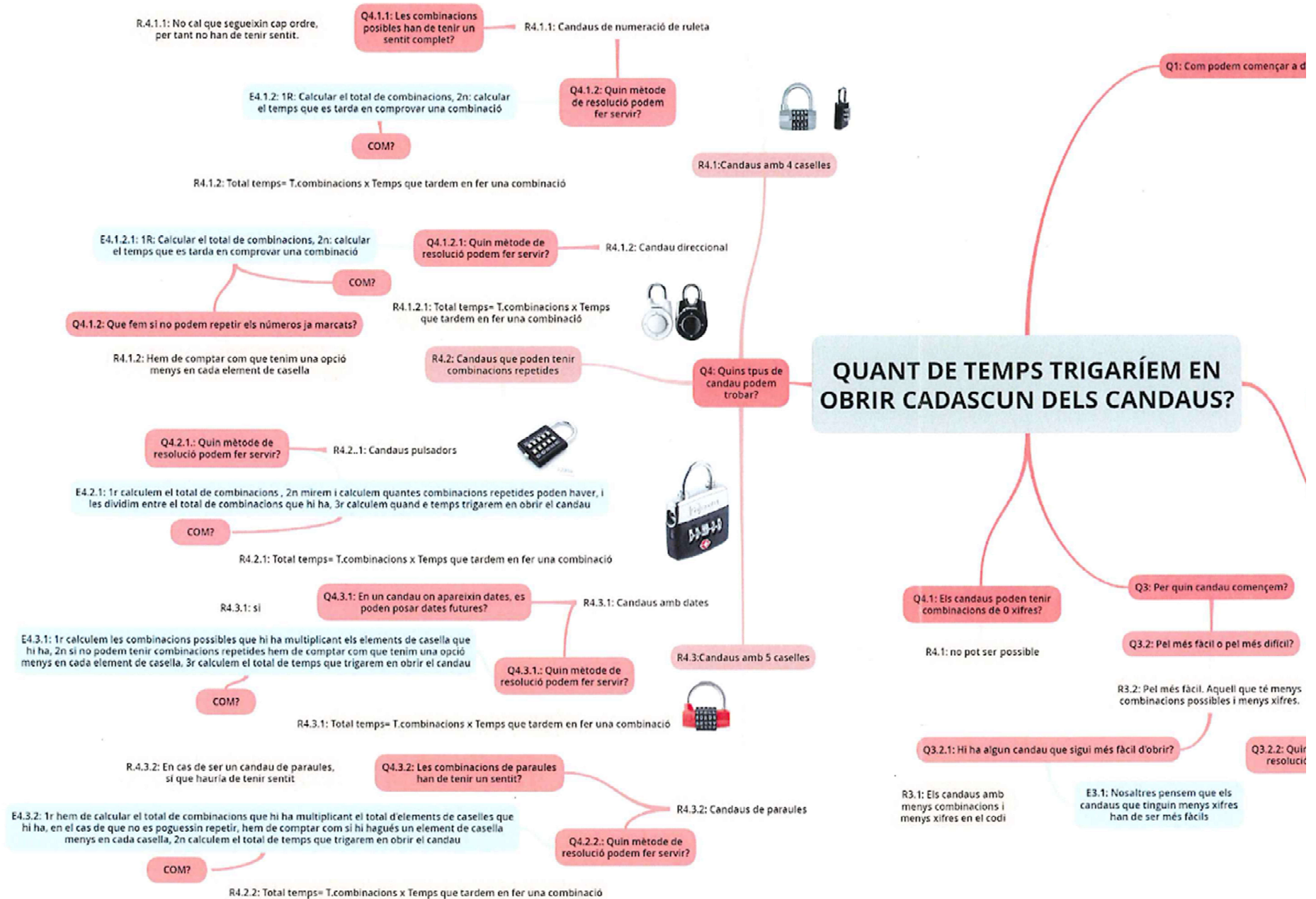
Classifiquen tots els candaus resoltos segons el mètode de resolució i afegiu la resposta per cadascun d'ells.

Candaus	Mètodes	Resposta (combinacions)
1-4-5	Es multipliquen els elements tants cops com caselles $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$	1=10000 4=100000 5=16
3-6-8	Es multipliquen el número d'elements entre si. $40 \cdot 12 \cdot 100$	3=96.500 6=60.40 8=32400
10	Es multipliquen el número de caselles per el número de combinacions que es poden fer amb 4 elements concrets $4 \cdot 6 = 24$	10=24
2-7	Es multipliquen el número total d'elements $10 \cdot 9 = 90$ i caselles i després es divideix entre les combina clars que hi ha amb uns elements concrets $\frac{90}{2 \cdot 7} = 90$	2=120 7=252
9	L'únic mètode que veiem possible és quantar totes les combinacions perquè no totes les ruletes són iguals, cada casella té diferents elements	9= No sabem quantes

Mapa a priori de possibles desenvolupaments de la situació



Part esquerra del mapa (zoom)



Part dreta del mapa (zoom)

QUANT DE TEMPS TRIGARÍEM EN OBRIR CADASCUN DELS CANDAU?

Q1: Com podem començar a desxifrar un candau?

R1: Primer hauriem de calcular és el total de combinacions que té el candau.

Q1.1: Quantes combinacions pot tenir un candau?

R1.1: Per saber-ho hem de calcular

E1: Multiplicant el nombre d'elements possibles que pot tindre cada candau

Q1.2: Com?

E1.1: En alguns casos caldrà res aquelles combinacions repetides: total de combinacions

Q1.1: Quantes combinacions repetides pot tenir un candau de 3 xifres de codi?

Q1.1.2: Com podem trobar el número de combinacions que són les mateixes?

E1: S'han de restar o dividir les combinacions repetides que dels mateixos números però que estiguin en diferent o

Q1.1.3: Tots els candaus poden tenir combinacions repetides?

R1.3: No, els elements de casella si que poden ser repetits però no te perquè coincidir combinacions repetides

Q2: Quan ja sabem el total de combinacions que té el candau, com podem calcular el temps que tardem en obrir-lo?

E2: Hem d'utilitzar la següent fórmula

R2: Total temps= T.combinacions x Temps que tardem en fer una combinació

Q3: Per quin candau començem?

Q4.1: Els candaus poden tenir combinacions de 0 xifres?

R4.1: no pot ser possible

Q3.2: Pel més fàcil o pel més difícil?

E3.2: Pel que creiem que pot ser més fàcil

R3.2: Pel més fàcil. Aquell que té menys combinacions possibles i menys xifres.

Q3.2.1: Hi ha algun candau que sigui més fàcil d'obrir?

R3.1: Els candaus amb menys combinacions i menys xifres en el codi

E3.1: Nosaltres pensem que els candaus que tinguin menys xifres han de ser més fàcils

Q3.2.2: Quin ordre seguirem per a la resolució de tots els candaus?

E3.3: Seguirem un ordre del més fàcil al més difícil

Q3.3.1: Perquè?

R3.3.1: Pensem que primer hem de saber solucionar aquells candaus que són més fàcils per posteriorment fer una progressió i endevinar els candaus més difícils

1.1.1: Candaus de numeració de ruleta

Q4.1.2: Quin mètode de resolució podem fer servir?



R4.1: Candaus amb 4 caselles

binació

de vir?

R4.1.2: Candau direccional

nacions x Temps combinació



den tenir tides

Q4: Quins tpus de candau podem trobar?



poden haver, i rir el candau



una combinació

R4.3.1: Candaus amb dates

R4.3: Candaus amb 5 caselles

1.1: Quin mètode de resolució podem fer servir?



tardem en fer una combinació

rules

R4.3.2: Candaus de paraules

Q4.2.2: Quin mètode de resolució podem fer servir?

na combinació

Proposta de REI. Quin cadenat és més segur?

Seguiment del treball dels grups d'alumnes a partir d'informes diaris

INFORME DIARI

DATA: 19/04/2023

SECRETARI:

QUESTIONS PLANTEJADES

Quines qüestions heu considerat? Quines heu aconseguit respondre? Quines heu descartat? Us queden qüestions pendents?

- Quin nombre de combinacions admet cada mes?
- Quina és la funció de cada casella?
- Com saber quantes vegades es repeteix cada valor de cada casella?

RESPOSTES PARCIAIS TROBADES

Sintetitzeu les conclusions a les que heu arribat durant la sessió d'avui.

- 4000
- En ordre (1 al 5) cada casella representa DD/M/AA
- Dividir el n^{total} de combinacions possibles entre el nombre de valor que admet cada casella.

TASQUES DE GRUP I INDIVIDUALS REALITZADES

Indiqueu les tasques que heu realitzat el dia d'avui. Afegiu si es tracta d'una tasca grupal (ho heu realitzat tots) o bé individual (i afegiu el nom de la persona que l'ha realitzat).

- Avui hem estat preparant la presentació en el canva i hem estat fent la llista de possibles contrasenyes amb l'ajuda de l'excel.

NOVES QÜESTIONS

De vegades trobem noves qüestions a tractar arrel de desenvolupar-ne d'altres

- Quin sera el cadenat més segur?
- Com podem ser més eficients per determinar les combinacions en un excel?
- Quines altres maneres es pot determinar el nombre de combinacions?
- Quan trigarem en posar totes les combinacions possibles en el cadenat?

Signatura dels alumnes:

[Empty dashed box for student signature]

Signatura del professor/a

Proposta de REI. Quin cadenat és més segur?

■ Què cal?

- Encabir 6-8 sessions en la planificació
- Fer dues o tres reunions amb l'equip per discutir el material i fer les adaptacions que calgui
- Organitzar la implementació: professor/a sol a l'aula, amb observador/a, ...
- Participar en el grup de docents que implementaran el REI (xat de Telegram) per resoldre dubtes i comentar l'experiència
- Opció: "només miro" i ja ho decidiré



Sessió	Qüestió	Dinàmica	Recursos
1	Quin cadenat és més segur?	Formar grups i assignar rols Qüestió inicial i repartiment de cadenats	Cadenats Preguntes <i>Unificar terminologia</i>
2	Quantes combinacions hi ha en cada cas?	Treball en grup. Preparació de la resposta de cada grup.	Cadenats Diaris
3	Quines estratègies hem utilitzat? Són prou clares i útils?	Posada en comú. Discussió. Omplir fitxes de tots els cadenats.	Cadenats Diaris Mapa de qüestions
4	Com ho fem amb els altres cadenats?	Treball en grup. Preparació de la resposta de cada grup	Cadenats. Diaris Mapa de qüestions
5	Quins cadenats són equivalents?	Posada en comú. Discussió Classificació dels cadenats	Cadenats. Diaris Mapa de qüestions
6	Quina fórmula per a cada cadenat?	Classe magistral	Apunts i llista d'exercicis
7	Resolució de problemes	Treball individual i correcció a la pissarra	Llista d'exercicis
8	Avaluació		

Proposta de planificació (indicativa)

Sessió	Qüestió	Dinàmica	Recursos
1	Quin cadenat és més segur?	Formar grups i assignar rols Qüestió inicial i repartiment de cadenats	Cadenats 1-6 Preguntes <i>Unificar terminologia</i>
2	Quantes combinacions hi ha en cada cas?	Treball en grup. Preparació de la resposta de cada grup.	Cadenats Diaris
3	Quines estratègies hem utilitzat? Són prou clares i útils?	Posada en comú. Discussió. Omplir fitxes de tots els cadenats.	Cadenats 1-6 Diaris Mapa de qüestions
4	Com ho fem amb els altres cadenats?	Treball en grup. Preparació de la resposta de cada grup	Cadenats 1-10 Diaris Mapa de qüestions
5	Quins cadenats són equivalents?	Posada en comú. Discussió Classificació dels cadenats	Cadenats. Diaris Mapa de qüestions
6	Quina fórmula per a cada cadenat?	Classe magistral	Apunts i llista d'exercicis
7	Resolució de problemes	Treball individual i correcció a la pissarra	Llista d'exercicis
8	Avaluació		

Exemple de material per a la classe magistral a 4r d'ESO

n elements a cada casella
m caselles

INFLUEIX L'ORDRE?

Si

No

ES PODEN REPETIR?

Si

No

Variació amb repetició
de n elements
considerats de m en m .

Variació sense repetició
de n elements considerats
de m en m .

(Cas particular)
 $n = m$
Permutació de n elements

Combinació de n
elements considerats de
 m en m .

Fórmula

$VR_{n,m} = n^m$

$V_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!}$

$P_n = n!$

$C_{n,m} = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$


Respon a la pregunta...

De quantes maneres diferents podem elegir **combinacions** amb m caselles i n elements a cada casella, si les combinacions **poden repetir elements**?


De quantes maneres diferents podem elegir **combinacions** amb m caselles i n elements a cada casella, si les combinacions **no poden repetir elements**?

De quantes maneres diferents podem **ordenar una determinada combinació** de n elements?


De quantes maneres diferents podem elegir **combinacions** amb m caselles i n elements a cada casella, si les combinacions **no poden repetir elements i és indiferent l'ordre dels elements**?

 **Cadenat de numeració de ruleta**
Es poden triar combinacions de 4 números. Cada casella té 10 elements. Una combinació pot tenir elements repetits.


$VR_{10,4} = 10^4$

 **Cadenat de numeració de ruleta (restriccions)**
Es poden triar combinacions de 4 números. Cada casella té 10 elements. Una combinació no pot tenir elements repetits.


$V_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

 **Cadenat direccional (restriccions)**
Es poden triar combinacions de 4 elements $\uparrow \downarrow \leftarrow \rightarrow$. Una combinació no pot tenir elements repetits.

$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

 **Cadenat pulsador**
Hi ha 10 totes per elegir, de les quals s'han de triar només 3. Combinacions amb les mateixes xifres, però desordenades compten com la mateixa combinació.

$C_{10,3} = \binom{10}{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 6$



Si teniu preguntes o si voleu participar en qualsevol modalitat, no dubteu en contactar-nos:

Berta Barquero

bbarquero@ub.edu



Marianna Bosch

marianna.bosch@ub.edu

